

FEUILLE D'EXERCICES 8 : LOGARITHMES 09-02-11-  
Terminale ES 1, 2010-2011, Y. Angeli

1. EXTRAIT DU SUJET BAC ES NOUVELLE CALÉDONIE SEPT. 2010 (5PTS)

**A.** On considère la fonction  $g$  définie sur  $[1 ; +\infty[$  par  $g(x) = \ln x - \frac{1}{2}$ .

1. Étudier les variations de  $g$  sur  $[1 ; +\infty[$ .
2. Résoudre l'équation  $g(x) = 0$  dans  $[1 ; +\infty[$ .
3. En déduire que  $g(x) > 0$  si et seulement si  $x > \sqrt{e}$ .

**B.** On considère la fonction  $f$  définie sur  $[1 ; +\infty[$  par  $f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2$ .

1. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. On appelle  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; +\infty[$ .
  - (a) Montrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[1 ; +\infty[$ ,  $f'(x) = 4xg(x)$ .
  - (b) Étudier le signe de  $f'(x)$  sur  $[1 ; +\infty[$  et en déduire le tableau de variations de  $f$  sur  $[1 ; +\infty[$ .
3. (a) Montrer que, dans l'intervalle  $[2 ; 3]$ , l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique notée  $\alpha$ .
  - (b) Déterminer un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  de  $\alpha$ .

2. EXTRAIT DU SUJET BAC ES POLYNÉSIE SEPTEMBRE 2010 (5PTS)

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; 4]$  par  $f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1)$ .  
On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.  
On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 4]$ .

1. Calculer  $f'(x)$ .
2. Justifier le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 4]$ .
3. Montrer que sur l'intervalle  $[0 ; 4]$ , l'équation  $f(x) = 0$  possède une unique solution  $\alpha$ .

Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,01. En déduire le signe de  $f(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 4]$ .

4. On définit la fonction  $F$  dérivable sur l'intervalle  $[0 ; 4]$  par :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

Montrer que  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 4]$ .

5. Soit  $\mathcal{A}$  l'aire, en unités d'aire, du domaine  $\mathcal{D}$  délimité par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$ .
- (a) Hachurer le domaine  $\mathcal{D}$  sur la figure fournie en annexe.
  - (b) Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de  $\mathcal{A}$ .
  - (c) Calculer la valeur exacte en unités d'aire de  $\mathcal{A}$ . Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE

