Feuille d'exercices 7 : Primitives -18-01-11-
Terminale ES 1, 2010-2011, Y. Angeli

Exercice 1

1. Calculer $I = \int_0^1 (2x-1)\,dx$ et $J = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$.
2. Soit f définie par $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \in [0;1] \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{si } x \in]1;2] \end{cases}$

   Expliquer pourquoi l'intégrale $K = \int_0^2 f(x)dx$ est définie.
3. Calculer K.

Exercice 2

Soit $g :]0;+\infty[\to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^4}$

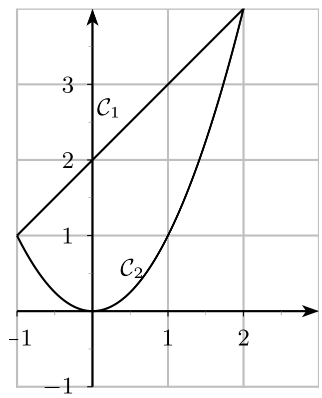
1. Donner l'ensemble des primitives de g définies sur $]0;+\infty[$.
2. Déterminer la primitive de G qui vérifie $G(1) = 0$.

Exercice 3

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 12x^2(x^3+1)^3$. Calculer la valeur moyenne de h sur l'intervalle $[0,1]$.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé d'unité graphique 1cm, on note $\mathcal{C}_1$ la courbe représentative de $f_1 : [-1;2] \to \mathbb{R}, x \mapsto x+2$, $\mathcal{C}_2$ la courbe représentative de $f_2 : [-1;2] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$.

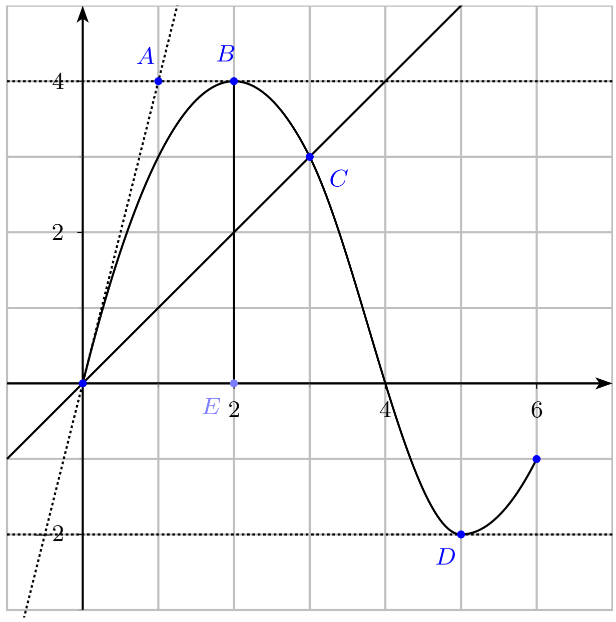


1. Exprimer l'aire de la surface délimitée par $-1 \leq x \leq 2$ et $0 \leq y \leq f_1(x)$ par une intégrale.
2. Exprimer l'aire de la surface délimitée par $-1 \leq x \leq 2$ et $0 \leq y \leq f_2(x)$ par une intégrale.
3. Calculer l'aire de la surface située entre $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

Exercice 5 (d'après le sujet de Bac série ES, Liban, juin 2005

La courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle $[0;6]$ dans un repère d'unité graphique 1cm.

• (OA) est tangente en A à $\mathcal{C}$.
• le point C est l'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec la droite d'équation $y = x$.
• $\mathcal{S}$ est la surface hachurée.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Donner le tableau de variation de f sur $[0;6]$.
2. Donner l'équation réduite de (OA). Que vaut $f'(0)$?
3. Résoudre l'inéquation $f(x) = 0$. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.
4. Donner les coordonnées de C. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq x$.
5. Donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ en D.
6. On rappelle que l'aire d'un trapèze est $\frac{1}{2}(B+b) \times h$ où B est la plus grande base, b la plus petite base et h la hauteur du trapèze. Donner l'aire du trapèze $AOBE$ et celle du triangle OBE.
7. Donner un encadrement d'amplitude 2 et une interprétation du nombre $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx$.