

FEUILLE D'EXERCICES 3 : LIMITES -05-11-10-
Terminale ES 1, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1.

Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 + x + 3}{2 - x}$.

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 0,5cm.

1. Quel est le plus grand ensemble de définition \mathcal{D} possible pour f ?
2. Déterminer a, b et c tels que pour tout $x \in \mathcal{D}$,

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2 - x}$$

3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2, x > 2} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2, x < 2} f(x)$.

4. La courbe \mathcal{C}_f admet-elle une asymptote verticale ? Si oui, laquelle ?

5. La courbe \mathcal{C}_f admet-elle une asymptote horizontale ? Si oui, laquelle ?

6. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-x - 3))$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x - 3))$.

7. Interpréter géométriquement les résultats de la question précédente.

8. Dresser le tableau de variation de f .

9. Déterminer, en fonction de x , le signe de $f(x) - (-x - 3)$. En déduire la position relative de la courbe \mathcal{C}_f et de la droite \mathcal{A} d'équation $y = -x - 3$.

10. Remplir par des valeurs approchées à 10^{-1} le tableau :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	3	4	5
y										

11. Tracer la courbe.

EXERCICE 2.

Calculer les limites suivantes et, si possible, les interpréter géométriquement.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{3x - x^2}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - x}{1 + x^2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x + x^2 - x^3}{3 + x^3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(1 - x)^2}$, $\lim_{x \rightarrow 7, x > 7} \frac{1 - x}{49 - x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0.5, x > 0.5} x - 12x - 1$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - x$ (on pourra factoriser par \sqrt{x})

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$ (on pourra utiliser une identité remarquable et simplifier le résultat).