

DEVOIR MAISON 5 - À RENDRE LE -08-03-11-
 Terminale ES 1, 2010-2011, Y. Angeli

PROBLÈME.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$, et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 0,5 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Dresser le tableau de signes de f .
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
4. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
5. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
6. Quelles asymptotes la courbe \mathcal{C} admet-elle ?
7. Montrer que $f'(x) = -\frac{1 + \ln x}{(x \ln x)^2}$.
8. Donner l'équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse e .
9. Dresser le tableau de variations de f .
10. Représenter la courbe \mathcal{C} après avoir tracé ses asymptotes et la tangentes dont on a déterminé l'équation.
11. En remarquant que $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, donner une primitive de f .
12. Calculer la valeur moyenne $V(t)$ de f sur l'intervalle $]e, t]$, où $t > e$.
13. Montrer que pour tout $t > e$, $V(t) = \frac{\ln(\ln t)}{\ln t} \times \frac{\ln t}{t} \times \frac{t}{t - e}$.
14. En déduire la limite de V lorsque t tend vers $+\infty$.