Contrôle 9 : Primitives et intégrales -21-01-11-
Terminale ES1, 2010-2011, Y. Angeli

Les 8 questions qui suivent sont indépendantes.

1. Calculer $\displaystyle\int_2^1 \left(2x - \frac{1}{x^2}\right) dx$.
2. Déterminer la primitive F de $f :]0, +\infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto 2x - \dfrac{1}{x^3}$ qui vérifie $F(1) = 0$.
3. Calculer la valeur moyenne de la fonction $\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^3$ sur l'intervalle $[-m, m]$ où m est un réel non nul.
4. Soit $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction continue. Calculer $\displaystyle\int_4^4 g(x)dx$.
5. Déterminer l'ensemble des primitives de $h : \left]-\infty, \dfrac{1}{3}\right[\ x \mapsto \dfrac{-3}{2\sqrt{1-3x}}$.
6. Soit $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 20x(x^2+1)^9$.
   (a) Montrer que $U : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto (x^2+1)^{10}$ est une primitive de u.
   (b) En déduire une primitive de $v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x(x^2+1)^9$.
7. Soit p et q deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = x^2+x+2$ et $q(x) = x+3$. On note $\mathcal{C}_p$ et $\mathcal{C}_q$ leurs courbes respectives dans un repère orthonormé.
   (a) Étudier la postion relative des deux courbes.
   (b) Calculer l'aire de la surface située entre les deux courbes et délimitée en abscisse par $-1 \leq x \leq 1$.
8. La courbe ci-dessous représente une fonction w définie sur $[-1, 3]$.
   (a) Calculer l'aire en cm^2 du triangle OAB.
   (b) Expliquer pourquoi $3 \leq \displaystyle\int_0^2 w(x)dx \leq 6$.