Chapitre 1 : Polynômes -09-09-10-
Terminale ES 1, 2010-2011, Y. Angeli

1. Fonctions affines

Une *fonction affine* est une fonction de la forme $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto ax + b$ où $a, b \in \mathbb{R}$ sont fixés. Le nombre a est le *coefficient directeur* de f, le nombre b son *ordonnée à l'origine.*
⋆ La courbe représentative d'une fonction affine est une *droite affine.*
⋆ Si $a > 0$, la fonction est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
⋆ Si $a = 0$, la fonction est constante sur $\mathbb{R}$ (elle prend toujours la valeur b)
⋆ Si $a < 0$, la fonction est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

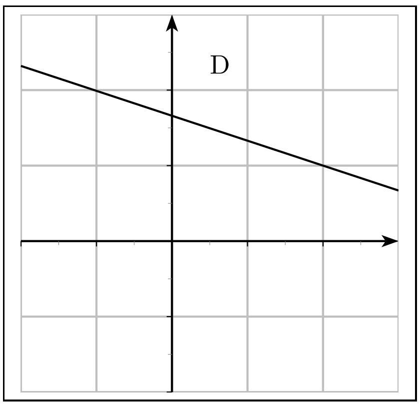
Méthode. *Lire l'équation d'une droite.*
Si $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ sont deux points distincts d'une droite affine $\mathcal{D}$, le coefficient directeur de la fonction associée est $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Méthode. *Tracer une droite d'équation donnée.*
Pour tracer une droite d'équation $y = ax+b$, on choisit deux abscisses $x_A \neq y_B$ distinctes, et on calcule l'ordonnée des points de la droite correspondants : $y_A = ax_A + b$ et $y_B = ax_B + b$. Il ne reste plus qu'à placer les points $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ et tracer la droite (AB).

Exemple. Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite D.
$a =$ ..... $b =$ .....
Donc D a pour équation : $y =$ ....
Soit D' d'équation $y = \dfrac{3}{2}x - 1$.
Représenter D' :

x		
y		

.



Signe d'une fonction affine (avec $a \neq 0$)

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax + b$		signe de $-a$	0	signe de a	

2. Trinômes

Un *trinôme du second degré à coefficients réels* est une fonction de la forme $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto ax^2 + bx + c$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$ sont fixés et $a \neq 0$. Les *racines* d'un trinôme P sont les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

$\star$ La courbe représentative d'un trinôme est une *parabole*.

$\star$ Si $a > 0$, la parabole est orientée vers le haut.

$\star$ Si $a < 0$ la parabole est orientée vers le bas.

$\star$ Le discriminant du trinôme P est le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

- si $\Delta > 0$, le trinôme a deux racines : $S = \left\{ \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} ; \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$.
- si $\Delta = 0$, le trinôme a une racine : $S = \left\{ \dfrac{-b}{2a} \right\}$.
- si $\Delta < 0$, le trinôme n'a pas de racine : $S = \varnothing$.

Exemples.

Résoudre $x^2 + 4x + 5 = 0$..
....
....

Résoudre $x^2 - x + 0,25 = 0$ ....
....
....

Résoudre $x^2 + 5x + 4 = 0$..
....
....

Signe d'un trinôme

Soit $a \neq 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac$.

• $\Delta > 0$:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a	

• $\Delta = 0$:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
ax^2+bx+c		signe de a	0	signe de a	

• $\Delta < 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
ax^2+bx+c		signe de a	

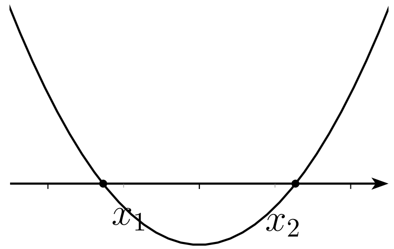
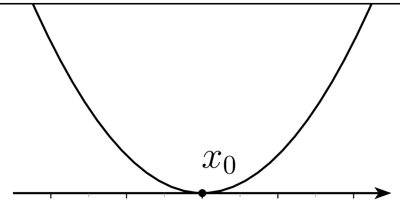
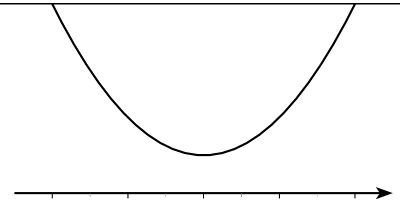
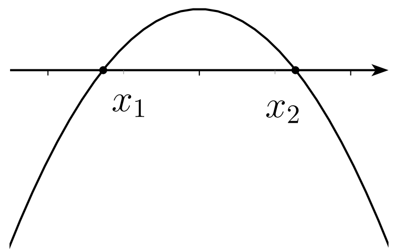
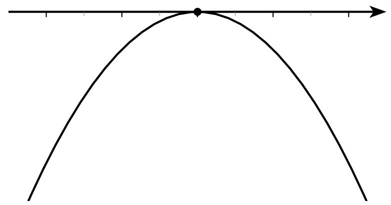
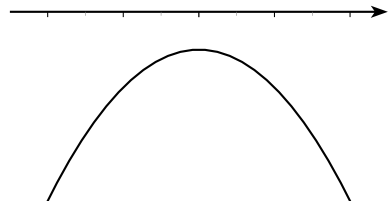
Exemple. Résoudre $-x^2 + 3x - 2 > 0$.

3. Polynômes

Définition. Un *polynôme* à coefficients réels est une fonction définie sur l'ensemble des réels de la forme $P : x \mapsto a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ où n est un entier naturel et $a_0, ..., a_n$ sont des réels. Les fonctions affines et les trinômes sont des polynômes particuliers.

Comme pour les autres fonctions, on obtient le sens de variation d'un polynôme P en étudiant le signe de sa dérivée P'. On utilisera les règles suivantes :
⋆ La dérivée d'une fonction constante $x \mapsto k$ est nulle.
⋆ La dérivée de la fonction $x \mapsto x$ est la fonction $x \mapsto 1$.
⋆ La dérivée de la fonction $x \mapsto x^2$ est la fonction $x \mapsto 2x$.
⋆ La dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$ est la fonction $x \mapsto nx^{n-1}$. (n entier naturel).
⋆ $(k \times u)' = k \times u'$ où $k \in \mathbb{R}$ et u est une fonction dérivable.
⋆ $(u + v)' = u' + v'$ où u et v sont des fonctions dérivables.

Exemple. Dresser le tableau de variations des fonctions $f : x \mapsto x^2 \dfrac{x}{2} + 7$ et $g : x \mapsto x^3 - 9x^2 + 15x + 2$.

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$	Variations
$a > 0$				$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \dfrac{-b}{2a} & & +\infty \\ \hline & +\infty & & & & +\infty \\ f & & \searrow & & \nearrow & \\ & & & -\dfrac{\Delta}{4a} & & \end{array}$
$a < 0$				$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \dfrac{-b}{2a} & & +\infty \\ \hline & & & -\dfrac{\Delta}{4a} & & \\ f & & \nearrow & & \searrow & \\ & -\infty & & & & -\infty \end{array}$
Racines	$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = \dfrac{-b}{2a}$	pas de racine	