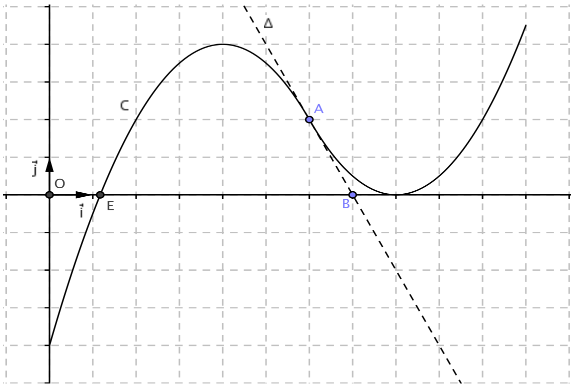
FEUILLE D'EXERCICES 8 - 18.11.09 -
Terminale ES 1, Lycée Newton, Y. Angeli

EXERCICE 1 (D'après le BAC métropole, septembre 1996)



On considère une fonction définie et dérivable sur $I = [0; 11]$.
Sa représentation graphique est la courbe $\mathcal{C}$ ci-contre. Elle passe par les points $A(6; 2)$ et $E(0; 1, 2)$.
La tangente en A à $\mathcal{C}$ est la droite Δ qui passe par le point $B(7; 0)$.

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Par lecture graphique :

a. Dresser le tableau de variation de f. Indiquer le signe de $f'(x)$ sur I.

b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$.

c. Donner l'ensemble des réels tels que $2 \leq f(x)$.

2. Que valent $f(6)$ et $f'(6)$? Écrire une équation de Δ.

3. La fonction F est définie et dérivable sur I, a pour dérivée f, et $F(0) = 0$, $F(1, 2) = -2, 2$, $F(11) = 17, 8$. Dresser le tableau de variation de F sur $[0, 11]$.

EXERCICE 2.

Soient

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 4x^3 - 6x^2 - 1 \text{ et } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^4 - 2x^3 - x + 1$$

1. Calculer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$.
2. Dresser le tableau de variation de g.
3. Démontrer que $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]1; 2[$ et donner un encadrement de α à 10^{-2} près.
4. Démontrer que $g(x) = 0$ admet une solution unique sur $\mathbb{R}$, en déduire le tableau de signe de g.
5. Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
6. Calculer f' et déduire de la question 4 le tableau de variation de f.
7. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ de f au point d'abscisse 0.
8. Étudier la position relative de $\mathcal{C}$ et T.