
FEUILLE D'EXERCICES 11 - 27.01.10 -
Terminale ES 1, Lycée Newton, Y. Angeli

PROBLÈME.

Soit

$$f : [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{16x}{(x^2 + 3)^2}$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé, d'unité 2cm.

1. Comportement à l'infini.

- (a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
- (b) Donner l'équation réduite de l'asymptote Δ de \mathcal{C} .
- (c) Étudier la position de \mathcal{C} relativement à Δ .

2. Variations et tangente.

- (a) Montrer que $f'(x) = -48 \frac{(x^2 - 1)}{(x^2 + 3)^3}$.
- (b) Déterminer l'équation de la tangente T à \mathcal{C} en 0.
- (c) Dresser le tableau de variation de f .

3. Valeur moyenne et surface.

- (a) Soit $t > 0$. Calculer la valeur moyenne $V(t)$ de f entre 0 et t .
- (b) Calculer la limite de V lorsque t tend vers l'infini. Quelle est la valeur moyenne de f sur $[0; +\infty[$?
- (c) Calculer l'aire $\mathcal{A}(t)$ de la surface délimitée par \mathcal{C} , Δ et $x < t$.
- (d) Calculer la limite de \mathcal{A} lorsque t tend vers l'infini. Interpréter le résultat obtenu.

4. Représenter \mathcal{C} .