**Feuille d'exercices IV : Primitives - 6-1-09 -**
Terminale ES 1, Lycée Newton, Y. Angeli

## 1. Notion de primitive

Une *primitive* d'une fonction $f$ définie sur un intervalle $I$ est une fonction $F$ dont la dérivée est $f$ : $F' = f$. On admet que toute fonction continue sur un intervalle $I$ admet des primitives.

**1.a.** Trouver une primitive $F$ de la fonction définie par $f(x) = 3x^2$ sur $\mathbb{R}$.

**1.b.** Trouver une autre primitive $G$ de $f$.

**1.c.** Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = 5x^4, I_1 = \mathbb{R}; \qquad f_2(x) = 3, I_2 = \mathbb{R};$$

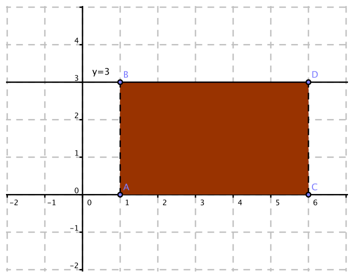
$$f_3(x) = 3x^2 - 2x + 1, I_3 = \mathbb{R}; \qquad f_4(x) = \frac{1}{x^2}, I_4 = ]0, +\infty[;$$

$$f_5(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, I_5 = ]0, +\infty[; \qquad f_6(x) = 6(2x-1)^2, I_6 = \mathbb{R}.$$

## 2. Aire et primitive

**2.a.** Aire sous la courbe d'une fonction constante.

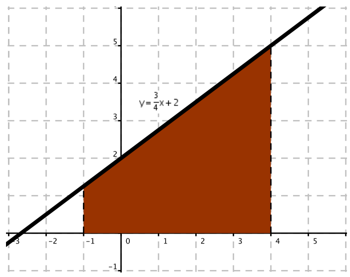
On a représenté ci-contre la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3$.
- Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle colorié, en carreaux.
- Trouver une primitive $F$ de $f$. Comparer $F(6) - F(1)$ et $\mathcal{A}$.




**2.b.** Aire sous la courbe d'une fonction affine.

On a représenté ci-contre la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$.

- Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du trapèze colorié, en carreaux.
- Trouver une primitive $F$ de $f$. Comparer $F(4) - F(-1)$ et $\mathcal{A}$.

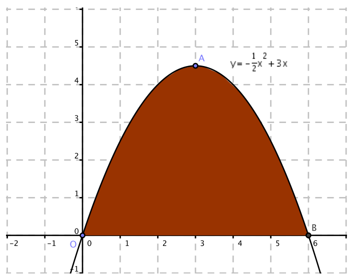



**2.c.** Aire sous une parabole.

Archimède démontra que : l'aire d'un secteur compris entre une droite et une parabole est égal à quatre tiers de l'aire du triangle de même base et même hauteur que ce secteur.

On a représenté ci-contre la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$.

- Calculer l'aire $\mathcal{A}_0$ du triangle $OAB$. En déduire l'aire $\mathcal{A}$ du secteur colorié.
- Trouver une primitive $F$ de $f$. Comparer $F(6) - F(0)$ et $\mathcal{A}$.




**2.d** Déterminer l'aire du secteur défini par $y \geq 0$, $x \geq 0$, $x \leq \pi$ et $y \leq \sin x$.