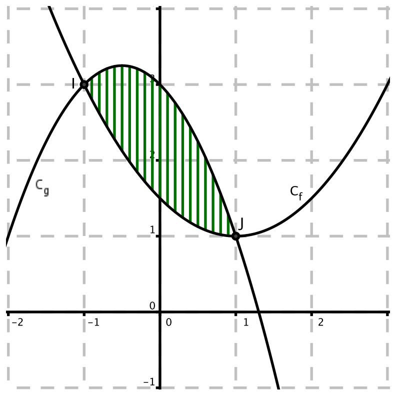
Devoir 7 - 10.02.09 -

Terminale ES 1, Y. Angeli, Lycée Newton

Exercice 1. (6 points)

1. Déterminer les primitives de $f :]0, +\infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto x^3 + \dfrac{1}{x^2}$.
2. Calculer $\displaystyle\int_1^0 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.
3. Déterminer, sur $\mathbb{R}$, la primitive H de $h : x \mapsto (2x+1)^5$ telle que $H(0) = 0$.

Exercice 2. (4 points)



On considère les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}, \qquad g(x) = -x^2 - x + 3$$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et C_g.
2. Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ de la zone hachurée à l'aide d'une intégrale. Calculer $\mathcal{A}$.

Exercice 3. (5 points)

1. Calculer $I = \displaystyle\int_1^3 x dx, \qquad J = \int_1^3 dx, \qquad K = \int_1^3 \frac{1}{x^2}dx.$
2. Montrer que pour tout $x > 0$, $\dfrac{1 - x^2 + 2x^3}{x^2} = 2x - 1 + \dfrac{1}{x^2}$.
3. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_1^3 \frac{1 - x^2 + 2x^3}{x^2}dx$.

Exercice 4. (5 points)

1. Montrer que pour $x \geq 2$, $\dfrac{1}{(x+1)^2} \leq \dfrac{1}{x^2+1} \leq \dfrac{1}{(x-1)^2}$
2. En déduire que $\displaystyle\int_2^4 \frac{1}{(x+1)^2}dx \leq \int_2^4 \frac{1}{x^2+1}dx \leq \int_2^4 \frac{1}{(x-1)^2}dx$
3. Calculer $\displaystyle\int_2^4 \frac{1}{(x+1)^2}dx$ et $\displaystyle\int_2^4 \frac{1}{(x-1)^2}dx$
4. Montrer que l'aire $\mathcal{A}$ de la surface délimitée par les droites d'équation $x = 2$, $x = 4$, $y = 0$ et la courbe d'équation $y = \frac{1}{x^2+1}$ vérifie : $\frac{4}{30} \leq \mathcal{A} \leq \frac{5}{30}$