BAC Blanc de mathématiques

Terminales ES - 16.01.01

Durée : 3 heures
Calculatrices autorisées, documents interdits.
Sujet destiné aux élèves n'ayant pas suivi l'option mathématique.

Exercice 1. (4 points)

On a mesuré expérimentalement la distance necessaire à l'arrêt d'une automobile en fonction de sa vitesse. On a obtenu le tableau suivant :

Numéro i de la voiture	1	2	3	4	5	6	7
Vitesse x en km/h	33	33	49	49	65	79	93
Distance y en m	6,50	5,30	14,45	11,23	20,25	41	50,41

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$. (unité : 1cm pour 5km/h en abscisse et 1cm pour 3m en ordonnée).
2. Un ajustement affine n'étant pas satisfaisant, on propose la méthode d'ajustement suivante : on pose $z = \sqrt{y}$.
   (a) Reproduire et compléter le tableau suivant; arrondir avec deux décimales.

i	1	2	3	4	5	6	7
x	33	33	49	49	65	79	93
y							

   (b) Déterminer une équation de la droite de regression des moindre carrées de z en x. (Arrondir les coefficients avec deux décimales)
   (c) En déduire une expression de y en fonction de x, et construire la courbe représentative de cette fonction dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
3. Quelle distance doit prévoir un automobiliste pour l'arrêt de son véhicule roulant à 120km/h ?

BAC Blanc de mathématiques

Terminales ES - 16.01.01

Durée : 3 heures
Calculatrices autorisées, documents interdits.
Sujet destiné aux élèves ayant suivi l'option mathématique.

Exercice 1. (4 points)

On a mesuré expérimentalement la distance necessaire à l'arrêt d'une automobile en fonction de sa vitesse. On a obtenu le tableau suivant :

Numéro i de la voiture	1	2	3	4	5	6	7
Vitesse x en km/h	33	33	49	49	65	79	93
Distance y en m	6,50	5,30	14,45	11,23	20,25	41	50,41

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$. (unité : 1cm pour 5km/h en abscisse et 1cm pour 3m en ordonnée).
2. Un ajustement affine n'étant pas satisfaisant, on propose la méthode d'ajustement suivante : on pose $z = \sqrt{y}$.
   (a) Reproduire et compléter le tableau suivant; arrondir avec deux décimales.

i	1	2	3	4	5	6	7
x	33	33	49	49	65	79	93
y							

   (b) Déterminer une équation de la droite de regression des moindre carrées de z en x. (Arrondir les coefficients avec deux décimales)
   (c) En déduire une expression de y en fonction de x, et construire la courbe représentative de cette fonction dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
3. Quelle distance doit prévoir un automobiliste pour l'arrêt de son véhicule roulant à 120km/h ?

Exercice 2. (8 points)

1. Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x)=x^3-1200x-100$.
   (a) Déterminer la limite de g en $+\infty$.
   (b) Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
   (c) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[20;40]$. Donner, en la justifiant, une valeur approchée de α à l'unité près.
   (d) En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

2. Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par

$$f(x)=x+50+\frac{1200x+50}{x^2}$$

   On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. (On prendra 1 cm pour 5 unités en abscisse et 1 cm pour 20 unités en ordonnée).
   (a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   (b) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$, on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ où g est la fonction définie à la question 1.
   (c) Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y=x+50$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ en $+\infty$.
   (d) Construire $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ sur un même graphique.
   (e) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

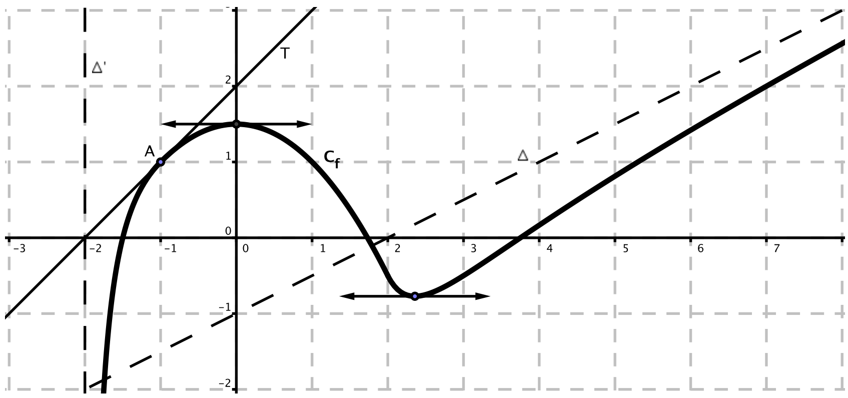
3. Le coût total de fabrication d'une quantité x de produit, exprimée en centaine d'unités, est défini sur $]0,100]$ par

$$C(x)=\frac{x^3+50x^2+1200x+50}{x},$$

   $C(x)$ étant exprimé en milliers d'euros.
   (a) Le coût moyen de fabrication par centaine d'objet est défini par $\dfrac{C(x)}{x}$. Montrer que ce coût moyen est donné par $f(x)$.
   (b) Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour un coût moyen minimum.
   (c) On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objet est égal à 130000 euros. Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et maximum d'objets à vendre pour être rentable.

Exercice 3. (3 points)

La courbe $\mathcal{C}_f$ est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, d'une fonction dérivable f définie sur $]-2,+\infty[$. Par ailleurs, f est strictement croissante sur $]-2;0[$ et sur $]8;+\infty[$. Les droites Δ et Δ' sont asymptotes à la courbes $\mathcal{C}_f$. La droite T est tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A.



Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix. Une bonne réponse rapporte 0,5 *point; une mauvaise réponse retire* 0,25 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point.*

1. $f'(-1)$ vaut

   - -1 • 0 • 1

2. La limite de f en -2 vaut

   - $-\infty$ • 0 • $+\infty$

3. $f(1)$ est

   - le minimum de f • le maximum de f • ni l'un ni l'autre

4. Le nombre de solution de l'équation $f'(x) = 0$ est

   - 1 • 2 • 3

5. Le nombre de solution de l'équation $f(x) = -5$ est

   - 0 • 1 • 2

6. La limite de f en $+\infty$ est

   - $\dfrac{1}{2}$ • $2,5$ • $+\infty$

Exercice 4. (Spécialité, 5 points)

Soit la suite (U_n) définie par la donnée de son premier terme $U_0 = 14000$ et par la relation :

$$\text{pour tout entier naturel } n,\ U_{n+1} = 1,04 \times U_n + 200.$$

1. Calculer U_1 et U_2.
2. (a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}, U_n \geq 0$.

   (b) Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $U_{n+1} - U_n = 0.04 \times U_n + 200$. En déduire le sens de variation de la suite.
3. Pour tout entier naturel n, on pose $V_n = U_n + 5000$.

   (a) Calculer V_0.

   (b) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.
   En déduire que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

   (c) Exprimer V_n en fonction de n.

   (d) En déduire que $U_n = 19000 \times (1,04)^n - 5000$.

   (e) Donner la limite de la suite (U_n).
4. On suppose que U_n représente le salaire annuel d'une personne pour l'année $2002 + n$, n étant un entier naturel.

   (a) Calculer le salaire annuel, arrondi à l'euro, de la personne en 2010.

   (b) À partir de quelle année le salaire annuel de cette personne aura-t-il doublé par rapport à celui de 2002 ? On répondra à l'aide de la calculatrice, sans aucune justification.

Exercice 4. (5 points)

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{2 - x}$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
2. Donner les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$. La fonction f admet-elle une asymptote horizontale ?
3. Donner la limite de f en 2^+ et 2^-. La fonction f admet-elle une asymptote verticale ?
4. Déterminer 3 réels a, b et c tels que pour tout x de $\mathcal{D}$,
$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2 - x}$$
5. Montrer que la droite d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ et $-\infty$.
6. Montrer que pour tout x de $\mathcal{D}$,
$$f'(x) = \frac{-x^2 + 4x - 3}{(2 - x)^2}.$$
7. Dresser le tableau de variations de f.
8. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = 4$.