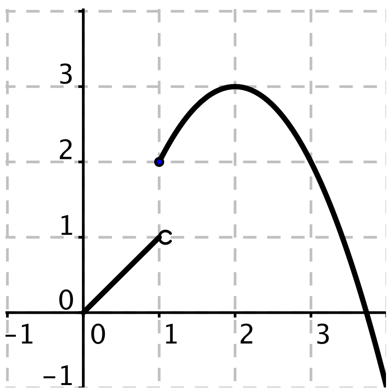
Devoir 1 - 23.09.08 - Sujet A.
Terminale ES 1, Lycée Newton, Y. Angeli

Exercice 1. La figure représente une foncton f définie sur $[0, 4]$.



a. Graphiquement, déterminer $f(1)$ et $f(2)$.
b. Graphiquement, résoudre $f(x) = 2$.
c. Donner le tableau de variations de f.
d. Dire, en justifiant la réponse, sur lesquels des intervalles suivants le théorème de la valeur intermédaire s'applique :

$I_1 = [0, 1], I_2 = [0, 1[, I_3 = [0, 2], I_4 = [1, 3], I_5 = [2, 4]$.

Exercice 2. On munit le plan d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1cm. On pose pour $x \in [0, 5]$,

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{si } x < 3 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

a. Tracer $f(x)$.
b. La fonction f est elle continue sur $[0, 5]$?
c. Montrer que l'équation $f(x) = \pi$ admet une seule solution α.
d. Déterminer par le calcul la valeur exacte de α.

Exercice 3. Soit $b \in \mathbb{R}$. On définit pour tout $x \in \mathbb{R}$ le trinôme :

$$\mathcal{P}_b(x) = x^2 + bx + \frac{1}{4}.$$

a. Calculer le discriminant Δ de $\mathcal{P}_b$ (qui dépend de b).
b. Étudier le signe de $t^2 - 1$ en fonction de t.
c. En déduire le nombre de solutions de $\mathcal{P}_b(x) = 0$ en fonction de b.

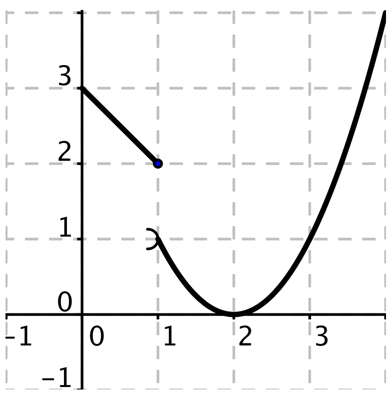
Exercice 4. On considère la fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto -x^3 + x^2 - 2x + 1.$$

a. Calculer la dérivée f' de f.
b. Dresser le tableau de variations de f.
c. Combien de solutions $f(x) = 0$ admet-elle sur $[0, 1]$? Sur $]-\infty, 0[$? Sur $]1, +\infty[$? (Justifier les réponses).
d. Combien de solution l'équation $f(x) = 0$ admet-elle sur $\mathbb{R}$?

Devoir 1 - 23.09.08 - Sujet B.
Terminale ES 1, Lycée Newton, Y. Angeli

Exercice 1. La figure représente une foncton f définie sur $[0, 4]$.



a. Graphiquement, déterminer $f(1)$ et $f(2)$.
b. Graphiquement, résoudre $f(x) = 1$.
c. Donner le tableau de variations de f.
d. Dire, en justifiant la réponse, sur lesquels des intervalles suivants le théorème de la valeur intermédaire s'applique :

$I_1 = [0, 1], I_2 = [0, 1[, I_3 = [0, 2], I_4 = [1, 3], I_5 = [2, 4]$.

Exercice 2. On munit le plan d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1cm. On pose pour $x \in [0, 5]$,

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x & \text{si } x < 3 \\ -2x + 8 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

a. Tracer $f(x)$.
b. La fonction f est elle continue sur $[0, 5]$?
c. Montrer que l'équation $f(x) = \pi$ admet une seule solution α.
d. Déterminer par le calcul la valeur exacte de α.

Exercice 3. Soit $b \in \mathbb{R}$. On définit pour tout $x \in \mathbb{R}$ le trinôme :

$$\mathcal{P}_b(x) = -x^2 + bx - \frac{1}{4}.$$

a. Calculer le discriminant Δ de $\mathcal{P}_b$ (qui dépend de b).
b. Étudier le signe de $t^2 - 1$ en fonction de t.
c. En déduire le nombre de solutions de $\mathcal{P}_b(x) = 0$ en fonction de b.

Exercice 4. On considère la fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 2x^3 + x^2 + x + 1.$$

a. Calculer la dérivée f' de f.
b. Dresser le tableau de variations de f.
c. Combien de solutions $f(x) = 0$ admet-elle sur $[-1, 0]$? Sur $]-\infty, -1[$? Sur $]0, +\infty[$? (Justifier les réponses).
d. Combien de solution l'équation $f(x) = 0$ admet-elle sur $\mathbb{R}$?