
DEVOIR 9 - 13.03.09 -
Terminale E 1, Lycée Newton, Y. Angeli

EXERCICE 1. (4 points)

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + x^2,$$

et on note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère d'unité graphique 1cm.

1. Déterminer une primitive F de f .
2. Calculer l'aire \mathcal{A} de la surface délimitée par la courbe représentative de f , et par les droites d'équations $x = 1$, $x = 2$ et $y = 0$.

EXERCICE 2. (4 points)

On considère les fonctions F et f définies sur $]0, +\infty[$ par

$$f(x) = 1 + \ln x \quad \text{et} \quad F(x) = x \ln x$$

1. Montrer que F est une primitive de f .
2. Déterminer toutes les primitives de f .
3. Déterminer la primitive de f qui vérifie $F(e) = 2e$.

EXERCICE 3. (5 points)

On considère les fonctions définies sur $] -\frac{1}{2}, +\infty[$ par

$$g(x) = \frac{1}{2x+1} \quad h(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}$$

1. Calculer $I = \int_0^1 g(x)dx$ et $J = \int_0^1 h(x)dx$
2. Donner une interprétation géométrique des nombres I , J et $I - J$.

EXERCICE 4. (4,5 points)

1. Donner les primitives de la fonction s définie sur \mathbb{R} par $s(x) = \sin(x)$, puis la primitive S de la fonction s qui vérifie $S(\frac{\pi}{2}) = 0$.
2. Donner une primitive de la fonction $c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \cos(2x)$.

EXERCICE 5. (2,5 points)

Calculer :

$$\int_2^1 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \right) dx$$