

---

DEVOIR 3 - SUJET A - 17.10.08 -  
Terminale E 1, Lycée Newton, Y. Angeli

---

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique **1 cm**.

**1. Une équation de degré 3.** [0.5/1/2]

On considère le polynôme  $P(z) = z^3 - 8$ .

- a. Montrer que  $P(2) = 0$ .
- b. Trouver les réels  $a, b, c$  tels que  $P(z) = (z - 2)(az^2 + bz + c)$ .
- c. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ .

**2. Nature du triangle associé aux solutions.** [1.5/1.5/1/1.5/1.5]

Dans la suite,  $M_1, M_2$  et  $M_3$  désignent les points d'affixes respectives

$$z_1 = -1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = -1 - i\sqrt{3}, \quad z_3 = 2.$$

- a. Donner le module, l'argument, puis la forme exponentielle de  $z_1$  et  $z_2$ .
- b. Construire les points  $M_1, M_2$  et  $M_3$ .
- c. Comparer  $|z_1|, |z_2|$  et  $|z_3|$ . En déduire que  $M_1, M_2$  et  $M_3$  sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- d. Calculer  $M_1M_2, M_2M_3$  et  $M_3M_1$ .
- e. Quelle est la nature du triangle  $M_1M_2M_3$  ?

**3. Image de  $M_2$  par une transformation géométrique.** [1/1/1/0.5/1]

La transformation géométrique  $\mathcal{T}$  associe à  $M$  d'affixe  $z$  le point  $M'$  d'affixe

$$z' = z + 3 - i\sqrt{3}.$$

- a. Calculer l'affixe du vecteur  $\overrightarrow{M_1M_3}$
- b. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation  $\mathcal{T}$ .
- c. Soit  $M'_2 = \mathcal{T}(M_2)$  l'image de  $M_2$  par  $\mathcal{T}$ . Quel est l'affixe  $z'_2$  de  $M'_2$  ?
- d. Placer  $M'_2$  sur la même figure que 2.b.
- e. Déterminer la nature du quadrilatère  $M_1M_3M'_2M_2$ .

**4. Image de  $M_1$  par une transformation géométrique.** [1/1/0.5/1/1]

La transformation géométrique  $\mathcal{R}$  associe à  $M$  d'affixe  $z$  le point  $M''$  d'affixe

$$z'' = e^{i\frac{\pi}{3}}z.$$

- a. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation  $\mathcal{R}$ .
- b. Soit  $M''_1 = \mathcal{R}(M_1)$  l'image de  $M_1$  par  $\mathcal{R}$ . Quel est l'affixe  $z''_1$  de  $M''_1$  ?
- c. Placer  $M''_1$  sur la même figure que 2.b.
- d. Montrer que  $M_3M''_1M_1$  est un triangle rectangle en  $M_1$ .
- e. Quel est le point  $\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(M_3))))))$  ?

---

DEVOIR 3 - SUJET B - 17.10.08 -  
Terminale E 1, Lycée Newton, Y. Angeli

---

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique **1 cm**.

**1. Une équation de degré 3.** [0.5/1/2]

On considère le polynôme  $P(z) = z^3 + 8$ .

- a. Montrer que  $P(-2) = 0$ .
- b. Trouver les réels  $a, b, c$  tels que  $P(z) = (z + 2)(az^2 + bz + c)$ .
- c. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ .

**2. Nature du triangle associé aux solutions.** [1.5/1.5/1/1.5/1.5]

Dans la suite,  $M_1, M_2$  et  $M_3$  désignent les points d'affixes respectives

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = 1 - i\sqrt{3}, \quad z_3 = -2.$$

- a. Donner le module, l'argument, puis la forme exponentielle de  $z_1$  et  $z_2$ .
- b. Construire les points  $M_1, M_2$  et  $M_3$ .
- c. Comparer  $|z_1|, |z_2|$  et  $|z_3|$ . En déduire que  $M_1, M_2$  et  $M_3$  sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- d. Calculer  $M_1M_2, M_2M_3$  et  $M_3M_1$ .
- e. Quelle est la nature du triangle  $M_1M_2M_3$  ?

**3. Image de  $M_2$  par une transformation géométrique.** [1/1/1/0.5/1]

La transformation géométrique  $\mathcal{T}$  associe à  $M$  d'affixe  $z$  le point  $M'$  d'affixe

$$z' = z - 3 - i\sqrt{3}.$$

- a. Calculer l'affixe du vecteur  $\overrightarrow{M_1M_3}$
- b. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation  $\mathcal{T}$ .
- c. Soit  $M'_2 = \mathcal{T}(M_2)$  l'image de  $M_2$  par  $\mathcal{T}$ . Quel est l'affixe  $z'_2$  de  $M'_2$  ?
- d. Placer  $M'_2$  sur la même figure que 2.b.
- e. Déterminer la nature du quadrilatère  $M_1M_3M'_2M_2$ .

**4. Image de  $M_1$  par une transformation géométrique.** [1/1/0.5/1/1]

La transformation géométrique  $\mathcal{R}$  associe à  $M$  d'affixe  $z$  le point  $M''$  d'affixe

$$z'' = e^{-i\frac{\pi}{3}}z.$$

- a. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation  $\mathcal{R}$ .
- b. Soit  $M''_1 = \mathcal{R}(M_1)$  l'image de  $M_1$  par  $\mathcal{R}$ . Quel est l'affixe  $z''_1$  de  $M''_1$  ?
- c. Placer  $M''_1$  sur la même figure que 2.b.
- d. Montrer que  $M_3M''_1M_1$  est un triangle rectangle en  $M_1$ .
- e. Quel est le point  $\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(\mathcal{R}(M_3))))))$  ?