

EXERCICE 1.

Soient  $A, B$  et  $C$  trois points du plan. Soient  $D, E$  et  $F$  trois points tels que

$$\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CB}, \quad \overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{BF} = -2\overrightarrow{BA}$$

1. Montrer que  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
2. Exprimer  $\overrightarrow{EF}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
3. Montrer que  $D, E$  et  $F$  sont alignés.

EXERCICE 2.

Soit  $ABC$  un triangle du plan, et  $D$  et  $E$  deux points tels que :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Démontrer que  $A, D$  et  $E$  sont alignés.

EXERCICE 3. (introduction aux fonctions affines)

Dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  on considère  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$  tels que  $x_A \neq x_B$ .

1. Montrer que les vecteurs  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{u}'(x'; y')$  sont colinéaires si et seulement si  $xy' - yx' = 0$ .
2. À quelle condition les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AM}$  sont colinéaires (où  $M(x; y)$ ).
3. En déduire que  $A, B$  et  $M(x; y)$  sont alignés si et seulement si

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$$

4. Montrer la droite  $(AB)$  est l'ensemble des points  $M(x; y)$  tels que

$$y = ax + b \quad \text{où } a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad b = y_A - ax_A$$

5. Soit  $f(x) = ax + b$  sur  $\mathbb{R}$ . En distinguant les cas où  $a > 0, a = 0$  ou  $a < 0$  donner le sens de variation de  $f$ .
6. En déduire le signe de  $f$ .