Devoir Maison V pour le 28.01.10
Seconde 7, Lycée Newton, Y. Angeli

Ce problème a pour but de trouver un critère de perpendicularité des droites affines. On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ *d'unité* $0,25cm$

Partie A. Droites linéaires perpendiculaires

Soient $\mathcal{D} : y = ax$ et $\mathcal{D}' : y = a'x$ deux droites. On suppose que $a \neq 0$ et $a \neq a'$.

1. Montrer que $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ se coupent en un seul point. Quel est ce point ?
2. Soit M le point de $\mathcal{D}$ d'abscisse 1. Quelle est son ordonnée ?
3. Soit M' le point de $\mathcal{D}'$ d'abscisse 1. Quelle est son ordonnée ?
4. Donner une expression des distances OM, OM' et MM'.
5. Démontrer que le triangle OMM' est rectangle en O si et seulement si $1 = -aa'$. (*indication :* Pythagore ?)
6. En déduire que les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont perpendiculaires si et seulement si $a' = -\dfrac{1}{a}$

Partie B. Droites affines perpendiculaires

Soient $\mathcal{E} : y = ax + b$ et $\mathcal{E}' : y = a'x + b'$ deux droites affines.
On suppose que $a \neq 0$ et $a \neq a'$.

1. Montrer que $\mathcal{D}$ et $\mathcal{E}$ sont parallèles.
2. En déduire que $\mathcal{E}$ est perpendiculaire à $\mathcal{D}'$ si et seulement si $a' = -\dfrac{1}{a}$.
3. Montrer que $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{E}'$ sont parallèles.
4. En déduire que $\mathcal{E}$ est perpendiculaire à $\mathcal{E}'$ si et seulement si $a' = -\dfrac{1}{a}$.

Partie C. Application

Soit $\mathcal{E}$ la droite d'équation $y = \dfrac{2}{3}x + 1$. Soient $A(0;1)$ et $B(20;30)$.

1. Tracer la droite $\mathcal{E}$.
2. Tracer la droite (AB) et déterminer son équation réduite.
3. Déterminer l'ensemble des points d'intersection de $\mathcal{E}$ et (AB).
4. Les droites $\mathcal{E}$ et (AB) sont-elles perpendiculaires ?
5. Déterminer l'équation réduite de la droite perpendiculaire à $\mathcal{E}$ qui passe par A.