
DEVOIR MAISON II POUR LE 20.10.09
Seconde 7, Lycée Newton, Y. Angeli

Sauf référence explicite à l'usage de la calculatrice, les calculs seront détaillés et les résultats donnés sous forme exacte et simplifiée au maximum.

PARTIE A. Soit $f : x \mapsto 3x^2 + 5x - 2$, et \mathcal{C} la courbe de f dans un repère.

1. Déterminer le plus grand ensemble de définition possible de f .
2. Calculer l'image par f de $\frac{1}{2}$.
3. Le point de coordonnées $(1; 6)$ appartient-il à \mathcal{C} ? Même question pour le point de coordonnées $(2; 19)$.
4. À l'aide de la calculatrice, conjecturer le nombre d'antécédants de 0 par f .
5. À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur a de l'antécédant de 0 par f qui semble entier. Vérifier le résultat par le calcul de $f(a)$.
6. On note b l'autre antécédant b de 0 par f . Donner un encadrement de b d'amplitude 10^{-4} à l'aide de la calculatrice.
7. Conjecturer la valeur exacte de b et vérifier le résultat par le calcul.
8. Démontrer que pour tout x ,

$$f(x) = 3(x + 2) \left(x - \frac{1}{3} \right)$$

9. Résoudre $f(x) = 0$ en utilisant la question précédente et vérifier que l'on retrouve les valeurs exactes de a et b .

PARTIE B. Soit $g : x \mapsto -\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{2 - 5x}$.

1. Déterminer le plus grand ensemble de définition possible de g .
2. Calculer l'image de -5 par g .
3. Calculer l'image de $-\frac{1}{2}$ par g .
4. Déterminer l'ensemble des antécédants de -1 par g .
5. Déterminer l'ensemble des antécédants de 1 par g .
6. L'équation $g(x) = x$ peut-elle admettre des solutions strictement positives?
7. Démontrer que $g(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 5x - 2 = 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$
8. Dédire de la question précédente et de la partie A l'ensemble des solutions de $g(x) = x$.
9. Que vaut $g(g(g(g(g(g(g(-2)))))))$?