TP 14 -15-04-13-
Seconde 5 2012-2013, 2012-2013, Y. Angeli

Objectif : Conjecturer la relation d'Euler-Descartes entre le nombre de sommets, de faces et d'arêtes d'un polyèdre convexe et en déduire que les seuls polyèdre réguliers sont le tétraèdre, le cube, l'octaèdre, le dodécaèdre et l'icosaèdre.

Exercice 1. Relation d'Euler-Descartes

Compléter le tableau ci-dessous à l'aide de Cabri 3D.

Solide	S (nombre de sommets)	F (nombre de faces)	A (nombre d'arêtes)
Tétraèdre			
Cube			
Octaèdre			
Dodécaèdre			
Icosaèdre			

Conjecturer une relation entre les nombres S, F et A.

Soit un prisme dont la base est un polygone à n côtés. Exprimer son nombre de faces F, de sommets S et d'arêtes A en fonction de n. Vérifier que la conjecture énoncée s'applique encore.

Exercice 2. Solides de Platon

On considère un solide à S sommets, F faces et A arêtes.

On suppose que ce solide a des faces identiques (polyèdre régulier), qui ont chacune x côtés, et que de chaque sommet partent à y arêtes.

Expliquer pourquoi $x \geqslant 3$ et $y \geqslant 3$.

Expliquer pourquoi $x \times F = 2A$ et $y \times S = 2A$

En multipliant la relation d'Euler-Descartes par xy, en déduire : $A(2x + 2y - xy) = 2xy$ puis $2x + 2y - xy > 0$.

Représenter sous *géogebra* les inéquations $x \geqslant 3$, $y \geqslant 3$, $2x + 2y - xy > 0$ et en déduire les valeurs possibles du couple $(x; y)$. Montrer qu'elles correspondent aux solides étudiés dans le tableau de l'exercice 1, et qu'il n'y a donc pas d'autre polyèdre régulier.