Feuille d'exercices 9 -20-11-12-
Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

Exercice 1. Problème géométrique

Un rectangle $ABCD$ a pour périmètre 18 cm. On note x la mesure du segment $[AB]$.

① Faire une figure pour $x = 5$ cm.

② Peut-on avoir $x = 10$ cm ? Dans quel intervalle le nombre réel x peut-il varier ?

③ Étude du côté $[BC]$. Pour tout $x \in [0; 9]$, on note $\ell(x) = -x + 9$.

(a) Exprimer la longueur BC en fonction de x.

(b) Décrire l'algorithme de calcul de $\ell(x)$.

(c) Démontrer que ℓ est strictement décroissante et dresser son tableau de variations.

④ Étude de l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle ABC.

(a) Montrer que l'aire du rectangle $\mathcal{A}(x)$ est $\mathcal{A}(x) = x(-x + 9)$ pour $x \in [0; 9]$.

(b) Dresser le tableau de variations de $\mathcal{A}$ à l'aide de la calculatrice.

(c) Pour quelles valeurs de x l'aire $\mathcal{A}$ est-elle maximale ? Que vaut ce maximum ? Dans ce cas, que dire de $ABCD$?

Exercice 2. Un algorithme

On considère l'algorithme suivant :

`Saisir` X
`Affecter` X^2 `à` X
`Affecter` $-X$ `à` X
`Affecter` $4 + X$ `à` X
`Affecter` $\sqrt{X}$ `à` X

① Cet algorithme calcul l'image de x par une fonction f. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

② À l'aide de la calculatrice, obtenir le tableau de variations de f.

Exercice 3. Lecture de tableau de variations

Soit f une fonction dont les variations sont données ci-contre.
Vrai ou faux ? (Justifier)

x	0		2		3
f	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

① $f(3) = 0$ ② $f(1) < f(1{,}5)$

③ Si $f(x) = 0$ alors $x = 3$ ④ Si $x > 2$, alors $f(x) < 3$.

Énoncer les réciproques des deux dernières affirmations et dire si elles sont vraies ou fausses.

Exercice 4. Intersection de deux courbes

Soient f et g les fonctions définies par $f(x) = 2 - \dfrac{1}{2+x}$ et $g(x) = x + 2$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f et $\mathcal{D}$ celle de g.

① Quel est l'ensemble de définition de f ? Celui de g ?

② Dire si $A(-\frac{3}{2}; 0)$ et $B(4; 1{,}83)$ sont sur $\mathcal{C}$. Justifier par un calcul.

③ Conjecturer les coordonnées des points d'intersections des courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$.

④ Expliquer pourquoi $M(x; y) \in \mathcal{C}$ si et seulement si $2 - \dfrac{1}{2+x} = x + 2$.

⑤ Montrer que cette équation équivaut à $x^2 + 2x + 1 = 0$, puis la résoudre au moyen d'une identité remarquable. Valider la conjecture de la question ③