

SECONDE 5 2012-2013 -12-02-13-  
Feuille d'exercices 20, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. centre de gravité d'un triangle

Soit  $A, B$  et  $C$  trois points non-alignés.

On note  $A', B'$  et  $C'$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[CA]$  et  $[AB]$ .

On munit le plan du repère  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  (en général non orthonormé).

- ① Faire une figure dans le cas d'un triangle scalène.
- ② Donner les coordonnées de  $A, B$  et  $C$ . En déduire celles de  $A', B'$  et  $C'$ .
- ③ Déterminer les équations réduites des droites  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$ .  
De quelles droites remarquables du triangle s'agit-il ?
- ④ Déterminer par le calcul les coordonnées du point  $G$  d'intersection de  $(AA')$  et  $(BB')$ .
- ⑤ Vérifier par le calcul que  $G \in (CC')$ .
- ⑥ Quelle propriété connue a-t-on démontrée ?
- ⑦ En donnant les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AA'}$  et  $\overrightarrow{AG}$  vérifier que  $G$  se situe aux deux tiers de la médiane en partant du sommet.

EXERCICE 2. Inéquations produits

Résoudre les inéquations suivantes au moyen d'un tableau de signes :

- |                                  |                            |                             |
|----------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| ① $x^2 < 9$                      | ② $(3x + 2)(x - 1)x > 0$ . | ③ $(x - 1)(2 - 3x)x \leq 0$ |
| ④ $(3x + 1)(5x + 2) > 6x^2 + 2x$ | ⑤ $4x^2 > 16$              | ⑥ $4x^2 + 8x + 1 < x^2$     |

EXERCICE 3. Comparaison de  $x$  et  $x^2$

On cherche à comparer les nombres  $x^2$  et  $x$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .

Soit  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = x$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .

- ① Comment s'appelle la courbe d'équation  $y = f(x)$  ? La courbe d'équation  $y = g(x)$  ?
- ② À l'aide de la calculatrice, conjecturer :  
  - ★ Les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.
  - ★ L'ensemble des  $x$  tels que  $x > x^2$ .
- ③ Factoriser  $f(x) - g(x)$ .
- ④ Résoudre  $f(x) - g(x) = 0$  et valider la première conjecture.
- ⑤ Résoudre  $f(x) - g(x) < 0$  et valider la seconde conjecture.
- ⑥ En fonction des valeurs de  $x$ , dire lequel des deux nombres  $x$  ou  $x^2$  est le plus grand.

EXERCICE 4. Quotients

Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = \frac{x}{3x + 1}$ .

- ① (a) Quel est l'ensemble de définition de  $h$  ?  
 (b) Dresser le tableau de signes de  $h$  (on commencera par une ligne pour le numérateur et une ligne pour le dénominateur, puis on utilisera la règle des signes)  
 (c) Résoudre  $h(x) \geq 0$ .
- ② Résoudre  $\frac{1}{x - 1} \leq x - 1$ .