Feuille d'exercices 16 -15-01-13-
Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

Exercice 1. Centre de gravité d'un triangle

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soient $A(-1;1)$, $B(2;3)$ et $C(5;0)$.

① Soit $G(x;y)$. Écrire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}$ en fonction de x et y.

② On suppose que $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0}$. Calculer x et y.

③ Déterminer les coordonnées de A' milieu de $[BC]$. Montrer que A', G et A sont alignés.

④ Mêmes questions pour les milieux B' et C' de $[AC]$ et $[AB]$.

⑤ Que représente G pour le triangle ABC ?

Exercice 2. Vecteurs sans coordonnées

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Soit I le milieu de $[DC]$.
Soient les points M et N. tels que $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AD}$.

① Faire une figure complète et soignée.

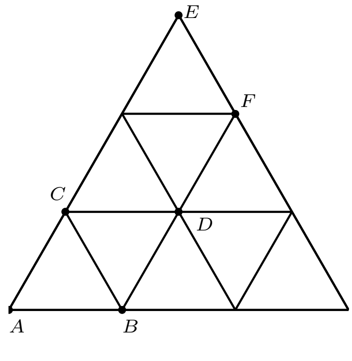
② (a) Écrire deux églaités de vecteurs équivalentes à « $ABCD$ parallélogramme. »
(b) Écrire deux égalités de vecteurs équivalentes à « I milieu de $[DC]$. »

③ Démontrer : $\overrightarrow{MN}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$.

④ (a) Montrer que $\overrightarrow{BI}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$. Exprimer $\overrightarrow{BI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
(b) Démontrer que les droites (MN) et (BI) sont parallèles.

⑤ (a) Montrer que $\overrightarrow{CN}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$
(b) En utilisant aussi la question ③ en déduire que M, N et C sont alignés.

Exercice 3. Repères non orthonormés



① Exprimer chacuns des vecteurs : $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AE}$ en fonction des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

② Donner les coordonnées de A, B, C, D, E, F dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

③ Donner les coordonnées de A, B, C, D, E, F dans le repère $(D;\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DB})$.

Exercice 4. Vecteurs sans coordonnées

Soit ABC un triangle et C, D, E tels que $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF}=-2\,\overrightarrow{BA}$.

① Faire un figure. Établir une conjecture sur D, E et F.

② Montrer que $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

③ Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

④ Valider la conjecture.