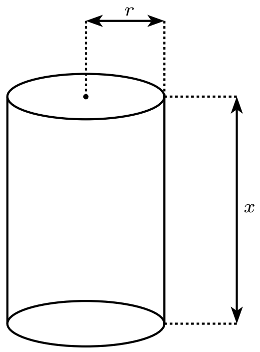
Feuille d'exercices 11 -27-11-12-
Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

Problème. Les dimensions intérieures d'une boite de conserve cylindrique contenant 425 mL sont une hauteur $x = 8{,}1$ cm et un rayon $r = 4{,}1$ cm.

Pourquoi l'entreprise qui l'a conçue a-t-elle choisi ces dimensions ?



① *Étude de la boîte proposée*

(a) Exprimer le volume V du cylindre en fonction de r et x.

(b) La surface du cylindre est composée de trois parties. Lesquelles ? Exprimer la surface totale S du cylindre en fonction de r et x.

(c) Calculer, à 10^{-2} près, le volume V en mL et la surface S en cm^2 du cylindre présenté dans l'énoncé.

② *Étude d'une boîte de hauteur variable*

Dans la suite, on considère que la hauteur x est un nombre variable.

(a) Démontrer que pour $x > 0$, $r = \sqrt{\dfrac{425}{\pi x}}$.

(b) En déduire que pour $x > 0$, la surface est donnée par

$$S(x) = \frac{900}{x} + 2\pi x \sqrt{\frac{425}{\pi x}}$$

(c) À l'aide de la calculatrice, dresser le tableau de variations de $S(x)$ en fonction de x (on pourra choisir la fenêtre afin que y soit entre 310 et 330 et x entre 1 et 15).

(d) Expliquer le choix des dimensions de la boîte de conserve.

③ Quelle volume offre le meilleur rapport de volume et de surface ? Pourquoi ce volume n'est-il pas choisi comme contenant ?

④ *Étude d'une boîte parallélépipédique*

(a) Expliquer, en se basant sur la feuille d'exercice 9, pourquoi le cube est le parallélépipède qui offre le meilleur rapport de volume et surface.

(b) Exprimer la surface S et le volume V en fonction de la longueur x d'un côté du cube.

(c) Soit x le côté d'un cube de volume 425 mL. On note $\sqrt[3]{425}$ le nombre qui élevé au cube donne x. Donner une valeur approchée de x à la calculatrice. (menu MATH, option 4).

(d) Donner la surface correspondante et expliquer pourquoi on préfère une forme cylindrique à un forme parallélépipédique.