

DEVOIR MAISON 2 POUR LE -21-09-12-
 Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Nature de nombres

Déterminer la nature de chaque nombre et justifier. (par exemple, pour montrer qu'un nombre x est rationnel, il faut prouver : $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{Z}$.)

- ① $\frac{-72}{-6}$ ② $\sqrt{1200}$ ③ $\frac{1}{5^{20}}$ ④ $-\frac{1}{7^{-2}}$ ⑤ $\frac{\sqrt{36}}{15}$ ⑥ $0,\underline{654}$ ⑦ $(-2)^{1000}$ ⑧ $\frac{1}{6} - \frac{1}{3}$

EXERCICE 2. Résoudre : (a) : $\frac{x}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ (b) : $x^2 - 16 = 0$ (c) : $5^{20}t + 5^{10} = 0$

EXERCICE 3. Irrationalité de $\sqrt{2}$

L'objectif du problème est de démontrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$. On pourra utiliser le résultat suivant, démontré dans la feuille d'exercices 1 : « le nombre a^2 est pair si et seulement si a est pair »

① On formule l'hypothèse suivante :

« $\sqrt{2}$ peut s'écrire comme le quotient *irréductible* de deux nombres entiers : $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ »

Démontrer qu'alors $2q^2 = p^2$.

② Justifier qu'il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $p = 2n$

③ Déduire des deux questions précédentes que $q^2 = 2n^2$.

④ ⚫ En déduire que p et q sont pairs. En quoi cela est-il contradictoire avec l'hypothèse formulée dans la question ①? Conclure.