

DEVOIR MAISON 10 POUR LE -08-02-13-
Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

Objectif : On munit le plan d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On sait que deux droites $\mathcal{D} : y = ax + b$ et $\mathcal{D}' : y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si $a = a'$. On va démontrer que ces deux droites sont perpendiculaires si et seulement si $aa' = -1$.

EXERCICE 1. Droites linéaires perpendiculaires

Soient deux droites $\mathcal{D}_0 : y = ax$ et $\mathcal{D}'_0 : y = a'x$.

- ① Vérifier par le calcul que le point $O(0; 0)$ appartient à \mathcal{D}_0 et \mathcal{D}'_0 .
- ② Soit A le point de \mathcal{D}_0 d'abscisse $x_A = 1$. Calculer son ordonnée y_A .
- ③ Soit $A'(1; a')$. Démontrer que $A' \in \mathcal{D}'_0$.
- ④ Exprimer en fonction de a et de a' les distances OA , OA' et AA' .
- ⑤ En déduire : $OA^2 + OA'^2 = a^2 + a'^2 + 2$ et $AA'^2 = a^2 + a'^2 - 2aa'$.
- ⑥ Avec le théorème de Pythagore, démontrer : « \mathcal{D}_0 et \mathcal{D}'_0 perpendiculaires » $\iff aa' = -1$.

EXERCICE 2. Droites affines perpendiculaires

Soit $\mathcal{D} : y = ax + b$ et $\mathcal{D}' : y = a'x + b'$. Les droites \mathcal{D}_0 et \mathcal{D}'_0 sont définies dans l'exercice 1.

- ① Que dire des droites \mathcal{D}_0 et \mathcal{D} ? En déduire : « \mathcal{D}' et \mathcal{D}_0 perpendiculaires » $\iff aa' = -1$.
- ② Que dire des droites \mathcal{D}'_0 et \mathcal{D}' ? En déduire : « \mathcal{D} et \mathcal{D}' perpendiculaires » $\iff aa' = -1$.

EXERCICE 3. Application

- ① Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à $\mathcal{D}' : y = 3x + 2$ qui passe par $C(3; 3)$.
- ② Soient les droites $\mathcal{D}_1 : y = -1,5x + 1$, $\mathcal{D}_2 : y = \frac{2}{3}x + 1$, $\mathcal{D}_3 : y = -\frac{3}{2}x$ et $\mathcal{D}_4 : y = \frac{2}{3}x$.
 - (a) Citez, en justifiant, tous les couples de droites parallèles.
 - (b) Citez, en justifiant, tous les couples de droites sécantes. Montrer que ce sont aussi des couples de droites perpendiculaires.
 - (c) On considère le polygone (non croisé) dont les sommets sont les points d'intersections de tous les couples de droites sécantes. Quelle est sa nature ? Justifier (sans calculer les coordonnées des points d'intersection).