

CONTRÔLE 6 -15-02-13-
Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

EXERCICE 1. Résolution d'un système linéaire

6 points

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{2}y = 0 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

- ① Sans le résoudre, montrer que ce système admet un couple solution unique.
- ② Résoudre le système.

EXERCICE 2. Théorème de Pappus

14 points

L'objectif de cet exercice est de vérifier sur un exemple le théorème de Pappus, à savoir :

Si

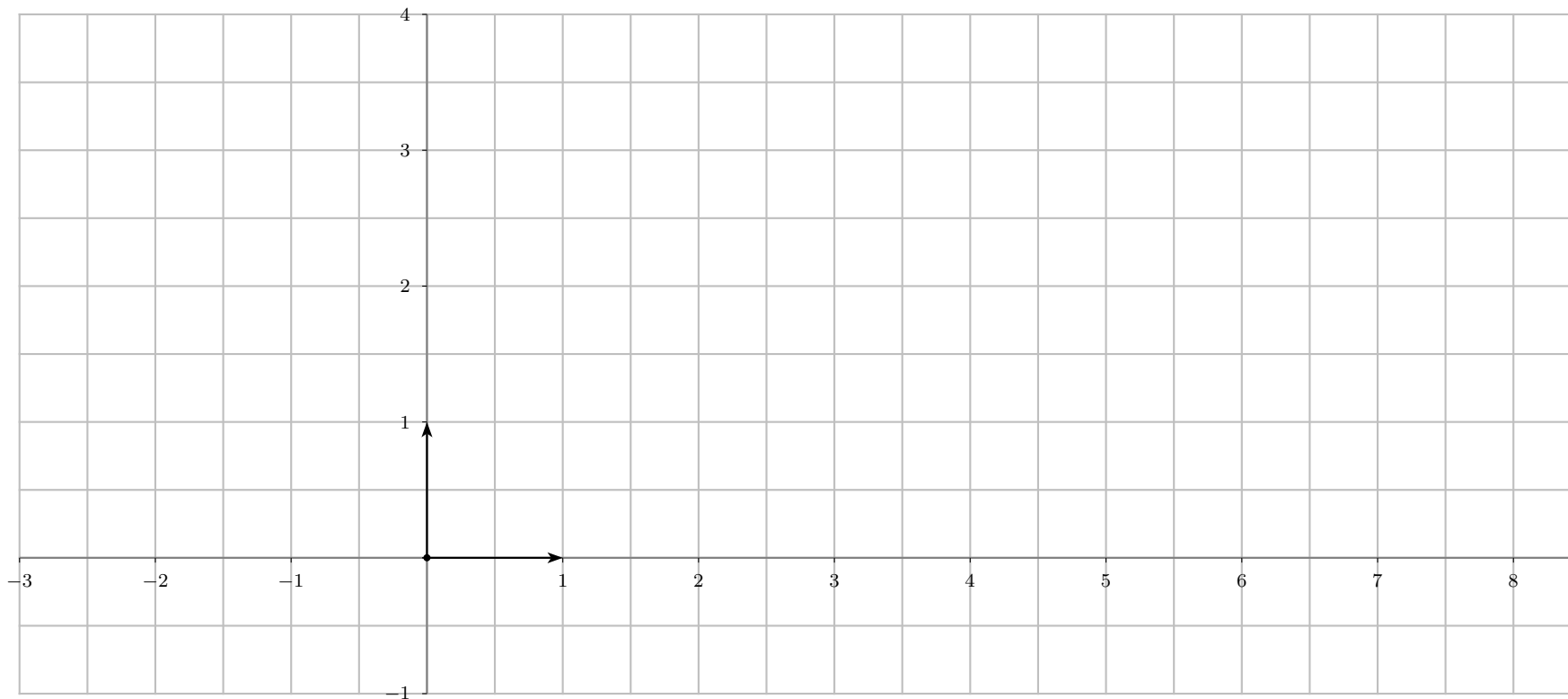
- * A, B, C sont trois points alignés et deux à deux distincts,
 - * A', B', C' sont trois points alignés et deux à deux distincts,
 - * le point A'' est l'intersection des droites (BC') et (CB') ,
 - * le point B'' est l'intersection des droites (CA') et (AC') ,
 - * le point C'' est l'intersection des droites (AB') et (BA') ,
- alors les points A'', B'' et C'' sont alignés.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient : $A(0;0)$, $B(8;0)$, $C(1;0)$, $A'(-2;3)$, $B'(2;1)$ et $C'(0;2)$.

- ① Représenter au dos la droite (d) d'équation $y = \frac{1}{6}x + 1$.
- ② Représenter au dos les points $A, B, C, A', B', C', A'', B''$ et C'' .
- ③ Expliquer, sans calcul, pourquoi les points A, B et C sont alignés.
- ④ Alignement de A', B' et C' .
 - (a) Déterminer par le calcul l'équation réduite de la droite $(A'B')$.
 - (b) Prouver par le calcul que le point C' appartient à la droite $(A'B')$.
- ⑤ Appartenance de A'' à (d) .
 - (a) Déterminer l'équation de la droite (CB') ainsi que celle de la droite (BC') .
 - (b) Sans calcul, expliquer pourquoi ces droites sont sécantes.
 - (c) Vérifier par le calcul que $I(2,4; 1,4)$ appartient à la droite (BC') et à la droite (CB') .
 - (d) En déduire $I = A''$ et montrer par le calcul que $I \in (d)$.
- ⑥ Par lecture graphique, donner sans justifier les coordonnées de B'' .
Vérifier par le calcul que B'' appartient à (d) .
- ⑦ Appartenance de C'' à (d) .
 - (a) On admet que la droite (BA') a pour équation $y = -0,3x + 2,4$ et que la droite (AB') a pour équation $y = 0,5x$. Déterminer par le calcul les coordonnées $(x; y)$ de C'' .
 - (b) Vérifier par le calcul que C'' appartient à (d) .
- ⑧ Conclure.

Nom :



Données :

- ★ la droite (d) a pour équation $y = \frac{1}{6}x + 1$.
- ★ $A(0; 0)$, $B(8; 0)$, $C(1; 0)$, $A'(-2; 3)$, $B'(2; 1)$ et $C'(0; 2)$.
- ★ le point A'' est l'intersection des droites (BC') et (CB') .
- ★ le point B'' est l'intersection des droites (CA') et (AC') .
- ★ le point C'' est l'intersection des droites (AB') et (BA') .