

CONTRÔLE 2 -19-10-12-
Seconde 5, 2012-2013, Y. Angeli

Objectif : Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. On va prouver la propriété :

Soient x et y deux nombres réels et les points $M(x; 0)$ et $N(0; y)$.
Alors la médiatrice du segment $[MN]$ passe par le point $K\left(\frac{x+y}{2}; \frac{x+y}{2}\right)$.

Dans tous le problème, et en particulier dans l'exercice 3, toute trace de recherche et de calcul, même incomplets, seront évalués.

À l'exception des questions ① de l'exercice 1 et de l'exercice 2 qui seront traitées dans les repères au dos, toutes les questions doivent être rédigées sur la copie.

EXERCICE 1. Étude graphique du cas $x + y = 5$

Soient $M_1(3; 0)$ et $N_1(0; 2)$, $M_2(6; 0)$ et $N_2(0; -1)$.

- ① Représenter au dos, dans un repère orthonormé d'unité 1 cm, les points O, I, J , les deux segments $[M_1N_1]$, $[M_2N_2]$ ainsi que leurs médiatrices.
- ② Par lecture graphique, déterminer les coordonnées du point d'intersection K des deux médiatrices. Justifier en quoi cela confirme la propriété encadrée.
- ③ Choisir deux autres nombres x et y tels que $x + y = 5$ et représenter les points M_3, N_3 correspondants, ainsi que la médiatrice de $[M_3N_3]$.

EXERCICE 2. Étude d'un exemple par le calcul

Soient les trois points $M(3; 0)$, $N(0; -4)$ et $K(-0, 5; -0, 5)$.

- ① Représenter au dos, dans un repère orthonormé d'unité 1 cm, les points O, I, J, M, N, K , la médiatrice de $[MN]$ et le milieu L de $[MN]$.
- ② Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu L du segment $[MN]$.
- ③ Calculer les distances suivantes : ML, MK et LK .
- ④ En déduire que le triangle MLK est rectangle en L .
- ⑤ Que peut-on dire de la droite (KL) ? Cela confirme-t-il la propriété encadrée?

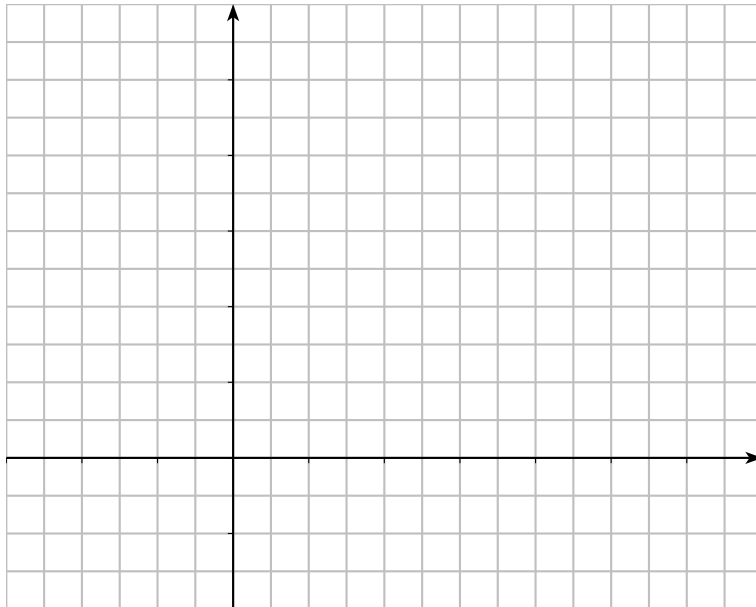
EXERCICE 3. Étude du cas général

Soient x et y deux nombres réels quelconques. Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, soient $M(x; 0)$, $N(0; y)$ et $K\left(\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2}\right)$.

- ① Démontrer que $MK = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$, puis que $NK = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$.
- ② En déduire la nature du triangle KMN .
- ③ Expliquer pourquoi (KL) est la médiatrice de $[MN]$ et conclure.

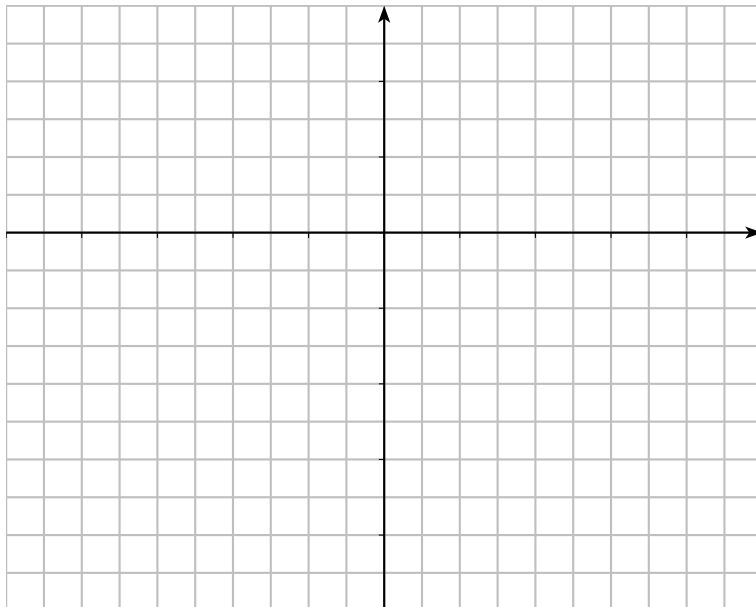
NOM :

Figure de l'exercice 1.



Coordonnées des points de l'exercice 1 : $M_1(3; 0)$ et $N_1(0; 2)$, $M_2(6; 0)$ et $N_2(0; -1)$.

Figure de l'exercice 2.



Coordonnées des points de l'exercice 2 : $M(3, 0)$, $N(0, -4)$ et $K(-0, 5; -0, 5)$.