

FEUILLE D'EXERCICES 19 : FONCTION INVERSE -15-05-12-
Seconde 2, 2011-2012, Y. Angeli

EXERCICE 1. Questions indépendantes.

1. Donner un exemple de fonction définie sur $] -\infty, -2[\cup] -2, +\infty[$ dont la courbe représentative est une hyperbole. (Justifier)
2. Donner un exemple d'équation dont les solutions sont -3 , et $-\frac{1}{3}$. (Justifier)
3. Dans un repère d'unité 1 cm représenter la droite d'équation $y = 2x + 1$ ainsi que la courbe d'une fonction f définie sur $[-3, 3]$ telle que :

| | | | | |
|-------------------|----|---|---|---|
| x | -3 | 0 | 1 | 3 |
| $f(x) - (2x + 1)$ | + | 0 | - | 0 |

4. Résoudre $\frac{(3-x)(x+1)}{3x+1} \geq 0$

EXERCICE 2. Points à coordonnées entières.

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{7}{2x+2},$$

et \mathcal{H} sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

On va prouver la propriété suivante :

« il n'existe pas de points de la courbe \mathcal{H} dont les deux coordonnées sont des nombres entiers ».

1. Comment s'appelle la courbe \mathcal{H} ? Quel est l'ensemble de définition maximal de f ?
2. Déterminer l'algorithme de calcul de $f(x)$.
3. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.
4. Soit $M(x; y) \in \mathcal{H}$. Exprimer y en fonction de x .
5. On suppose que $x \geq 3$
 - (a) Démontrer par un enchaînement d'égalités que $f(x) < 1$.
 - (b) Dédire des questions 3 et 5(a) que si $x > 3$, le point de la courbe $M(x; y)$ n'a pas ses deux coordonnées entières.
6. On suppose que $x \leq -5$. Démontrer que $f(x) > -1$ puis que le point de la courbe $M(x; y)$ n'a pas ses deux coordonnées entières.
7. À l'aide du tableur de la calculatrice, donner une valeur approchée des images possibles des entiers $x \in [-5; 3]$ par la fonction f .
8. Conclure.

EXERCICE 3. Étude des variations d'une fonction.

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g .
2. Dresser le tableau de signes de $g(x)$.
3. Conjecturer le tableau de variations de g .
4. Prouver la conjecture intervalle par intervalle.