

DEVOIR MAISON 6 : POUR LE -07-05-11-
Seconde 7, 2010-2011, Y. Angeli

Lors d'un feu d'artifice, une fusée doit être lancée du sol avec la vitesse initiale $v > 0$ (en mètres par secondes).

Les artificiers sont cachés des spectateurs par un mur de 2 m de hauteur, placé à 1m du lanceur de la fusée.

Les spectateurs sont placés à 60 m du lanceur, derrière une barrière de sécurité.

Au dos, on a représenté la trajectoire d'une fusée qui n'explose pas dans un repère orthonormé d'unité 1m, dont l'origine est le lanceur de la fusée.

En physique, on peut montrer que la hauteur $h(x)$ de la fusée de vitesse initiale v en fonction de son abscisse x (distance horizontale par rapport au lanceur) est donnée par

$$h(x) = -\frac{50}{v^2} x^2 + 4x$$

PARTIE A : ÉTUDE GRAPHIQUE D'UN EXEMPLE

Les réponses des questions suivantes sont déterminées graphiquement. On fera apparaître, les traits ayant servi à déterminer les réponses sur la figure. (à rendre avec la copie)

1. La trajectoire de la fusée possède-t-elle un axe de symétrie ? Quelle est son équation ?
2. Déterminer l'altitude de la fusée lorsque sa distance horizontale au lanceur est $x = 1$ m. Passe-t-elle au dessus du mur qui masque les artificiers ?
3. Si la fusée n'explose pas, à quelle distance du lanceur retombe-t-elle sur le sol ?
4. Dresser le tableau de variation de la hauteur h en fonction de x .
5. Pour des questions de sécurité, on choisit de faire exploser la fusée lorsque son altitude est d'au moins 32 m. Pour quelles valeurs de x peut-on faire exploser la fusée ?

PARTIE B : VITESSE INITIALE

On cherche à déterminer les valeurs de la vitesse initiale v pour lesquelles la fusée retombe avant la barrière de sécurité.

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{1}{v^2} \times x \times (-50x + 4v^2)$.
2. Donner une expression en fonction de v de la distance x entre la fusée et le lanceur lorsque celle-ci retombe sans exploser.
3. Pour quelles valeurs de v la fusée retombe-t-elle avant la barrière de sécurité ?
4. Déduire de la question A.2 : $0 = -\frac{50}{v^2} \times 50^2 + 4 \times 50$. Déterminer alors la vitesse initiale v la fusée.
5. On admet que la fusée a une vitesse horizontale constante de 12 m.s^{-1} . Au bout de combien de temps faut-il déclencher l'explosion pour qu'elle explose à son altitude maximale ?

PARTIE C : DÉMONSTRATION DES RÉSULTATS DE LA PARTIE A

On suppose dans cette partie que pour tout $x \in [0, 50]$, $h(x) = -0,08x^2 + 4x$.

1. Montrer que pour tout $x \in [0, 50]$, $h(x) = -0,08(x - 25)^2 + 50$
2. Démontrer les résultats du tableau de variation de la question A.4.
3. Montrer que pour tout $x \in [0, 50]$, $h(x) - 32 = -0,08(x - 10)(x - 40)$.
4. Prouver le résultat de la question A.5.

