

DEVOIR MAISON 7 : POUR LE -27-01-12-
 Seconde 2, 2011-2012, Y. Angeli

Objectif : On munit le plan d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On sait que deux droites $\mathcal{D} : y = ax + b$ et $\mathcal{D}' : y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si $a = a'$. On va démontrer que ces deux droites sont perpendiculaires si et seulement si $aa' = -1$.

EXERCICE 1. Droites linéaires perpendiculaires

Soient deux droites $\mathcal{D}_0 : y = ax$ et $\mathcal{D}'_0 : y = a'x$.

1. Vérifier par le calcul que le point $O(0; 0)$ appartient à \mathcal{D}_0 et \mathcal{D}'_0 .
2. Soit A le point de \mathcal{D}_0 d'abscisse $x_A = 1$. Calculer son ordonnée y_A .
3. Soit $A'(1; a')$. Démontrer que $A' \in \mathcal{D}'_0$.
4. Exprimer en fonction de a et de a' les distances OA , OA' et AA' .
5. En déduire : $OA^2 + OA'^2 = a^2 + a'^2 + 2$ et $AA'^2 = a^2 + a'^2 - 2aa'$.
6. Avec le théorème de Pythagore, démontrer : « \mathcal{D}_0 et \mathcal{D}'_0 perpendiculaires » $\iff aa' = -1$.

EXERCICE 2. Droites affines perpendiculaires

Soit $\mathcal{D} : y = ax + b$ et $\mathcal{D}' : y = a'x + b'$. Les droites \mathcal{D}'_0 et \mathcal{D}_0 sont définies dans l'exercice 1.

1. Que dire des droites \mathcal{D}_0 et \mathcal{D} ? En déduire : « \mathcal{D}' et \mathcal{D}_0 perpendiculaires » $\iff aa' = -1$.
2. Que dire des droites \mathcal{D}'_0 et \mathcal{D}' ? En déduire : « \mathcal{D} et \mathcal{D}' perpendiculaires » $\iff aa' = -1$

EXERCICE 3. Application

1. Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à $\mathcal{D}' : y = 3x + 2$ qui passe par $C(3; 3)$.
2. Soient les droites $\mathcal{D}_1 : y = -1, 5x + 1$, $\mathcal{D}_2 : y = \frac{2}{3}x + 1$, $\mathcal{D}_3 : y = -\frac{3}{2}x$ et $\mathcal{D}_4 : y = \frac{2}{3}x$.
 - (a) Citez, en justifiant, tous les couples de droites parallèles.
 - (b) Citez, en justifiant, tous les couples de droites sécantes. Montrer que ce sont aussi des couples de droites perpendiculaires.
 - (c) On considère le polygone (non croisé) dont les sommets sont les points d'intersections de tous les couples de droites sécantes. Quelle est sa nature? Justifier (sans calculer les coordonnées des points d'intersection).