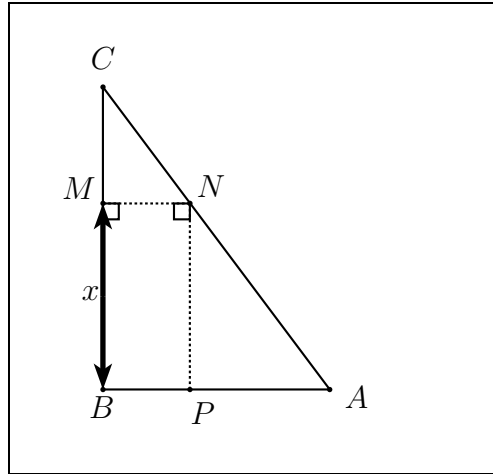


DEVOIR MAISON 5 : POUR LE -04-11-11-  
Seconde 2, 2011-2012, Y. Angeli

On considère un triangle  $ABC$  tel que  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 5\text{cm}$  et  $BC = 4\text{cm}$ .

Soit  $M \in [BC]$ . On note  $x$  la longueur  $BM$ .

On définit  $N$  l'intersection de  $(AC)$  avec la droite perpendiculaire à  $(BC)$  qui passe par  $M$  et  $P$  l'intersection de  $(AB)$  avec la droite perpendiculaire à  $(MN)$  qui passe par  $N$ .



1. Quelle est la nature du triangle  $ABC$ ? (justifier).
2. Expliquer pourquoi la droite  $(NP)$  est parallèle à la droite  $(BM)$ .
3. Exprimer la longueur  $AP$  en fonction de  $x$ . (Thalès)
4. En déduire que  $BP = 3 - \frac{3}{4}x$ .
5. Déduire des questions 1. et 2. la nature du quadrilatère  $BMNP$ .
6. Démontrer que le périmètre de  $BMNP$  est donné par  $f(x) = 6 + \frac{1}{2}x$ .
7. Quel est l'ensemble de définition de  $f$ . (attention au cadre géométrique du problème).
8. Démontrer que la fonction  $f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $[0, 4]$ .
9. Déduire de la question précédente la position de  $M$  pour laquelle le périmètre de  $BMNP$  est maximal, ainsi que la valeur maximal de ce périmètre.
10. Démontrer que l'aire de  $BMNP$  est donnée par  $g(x) = 3x - \frac{3}{4}x^2$ .
11. Conjecturer le tableau de variation de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0, 4]$ .
12. Pour quelle position de  $M$  l'aire de  $BMNP$  est-elle maximale? Que vaut cette aire maximale?
13. Pour combien de position de  $M$  a-t-on  $g(x) = 1$ . Donner une valeur approchée de  $x$  à 0,1cm près dans chacune de ces situations.