Contrôle 14 : Fonctions et trigonométrie -11-05-12-
Seconde 2, 2011-2012, Y. Angeli

Exercice 1 : questions indépendantes

Les quatre questions qui suivent sont indépendantes :

1. Trouver une équation dont les solutions sont 1 et -4.
2. Convertir $\dfrac{5\pi}{6}$ radians en degrés ; convertir 135 degrés en radians.
3. Donner l'expression d'une fonction f dont la courbe représentative est une hyperbole et dont l'ensemble de définition est $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$.
4. Un triangle ABC rectangle en A vérifie : $BC = 10$ cm et $\widehat{ABC} = \dfrac{\pi}{3}$ radians.
   Déterminer les longueurs AB et AC.

Exercice 2 : une inéquation

1. Montrer que pour tout nombre réel $x \neq -2$, $\dfrac{1}{3x+6} - 1 = \dfrac{-3x-5}{3x+6}$.
2. Dresser le tableau de signes de $\dfrac{-3x-5}{3x+6}$ en fonction de x.
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{1}{3x+6} \leq 1$.

Exercice 3. Une relation trigonométrique

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $BC = 1$ et $\widehat{ABC} = x$ radians où $x \in \left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$.

1. Exprimer les longueurs AC et AB en fonction de x.
2. En déduire que pour tout $x \in \left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$, $\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$.
3. Dans le cas où $\cos(x) = \dfrac{1}{2}$, en déduire la valeur exacte de $\sin(x)$.
4. Montrer que l'aire du triangle est $a(x) = \dfrac{1}{2}\cos(x)\sin(x)$.
5. Calculer la valeur exacte de $a\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$.
6. En mode « radians », représenter à la calculatrice la courbe de la fonction a (fenêtre : $x \in [0;1,57]$ et $y \in [0;0,5]$). Conjecturer le tableau de variations de f.
7. Quelle est l'aire maximale d'un triangle rectangle d'hypthénuse 1 ?