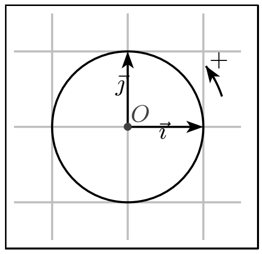
## Chapitre 10 : Trigonométrie -23-05-12-
## Seconde 2, 2011-2012, Y. Angeli

# 1. Définition d'une mesure en radian d'un angle

**Définition.** Dans le plan munis d'un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on appelle cercle trigonométrique le cercle de centre $O$ et de rayon 1. À tout réel $x$, on associe un point $M$ du cercle de la manière suivante :
• si $x \geq 0$, on parcourt à partir de $I$ une distance $x$ sur le cercle trigonométrique dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens positif, trigonométrique)
• si $x < 0$, on parcourt à partir de $I$ une distance de $-x$ sur le cercle trigonométrique dans le sens des aiguilles d'une montre (sens négatif, inverse du sens trigo).

**Exemple.** Placer sur le cercle les points associés aux réels suivants :

$$\frac{\pi}{2},\ 0,\ 2\pi,\ \pi,\ -\frac{\pi}{4},\ \frac{17\pi}{4},\ \frac{\pi}{3},\ -\frac{53\pi}{6}$$




Quel est l'ensemble des réels dont le point associé est le même que celui qu'on associe à $\frac{\pi}{4}$ ? ..................................................

Une mesure en radian de l'angle $\widehat{IOM}$ est $x$ (où le point $M$ est défini précédemment).
De manière générale, une mesure en radian d'un angle est proportionnelle à sa mesure en degré, la règle de proportionnalité s'établit en partant du fait que $\pi$ radians correspondent à 180 degrés.

**Exemple.** Convertir 105 degrés en radians.

....................................................................................................

....................................................................................................

Convertir $\frac{6\pi}{5}$ en degrés.

....................................................................................................

....................................................................................................

Soit $M$ le point du cercle trigonométrique tel que $\widehat{IOM} = -\dfrac{\pi}{6}$. Donner toutes les mesures de l'angle $\widehat{IOM}$ en radians.

....................................................................................................

....................................................................................................

## 2. Cosinus et sinus d'un angle

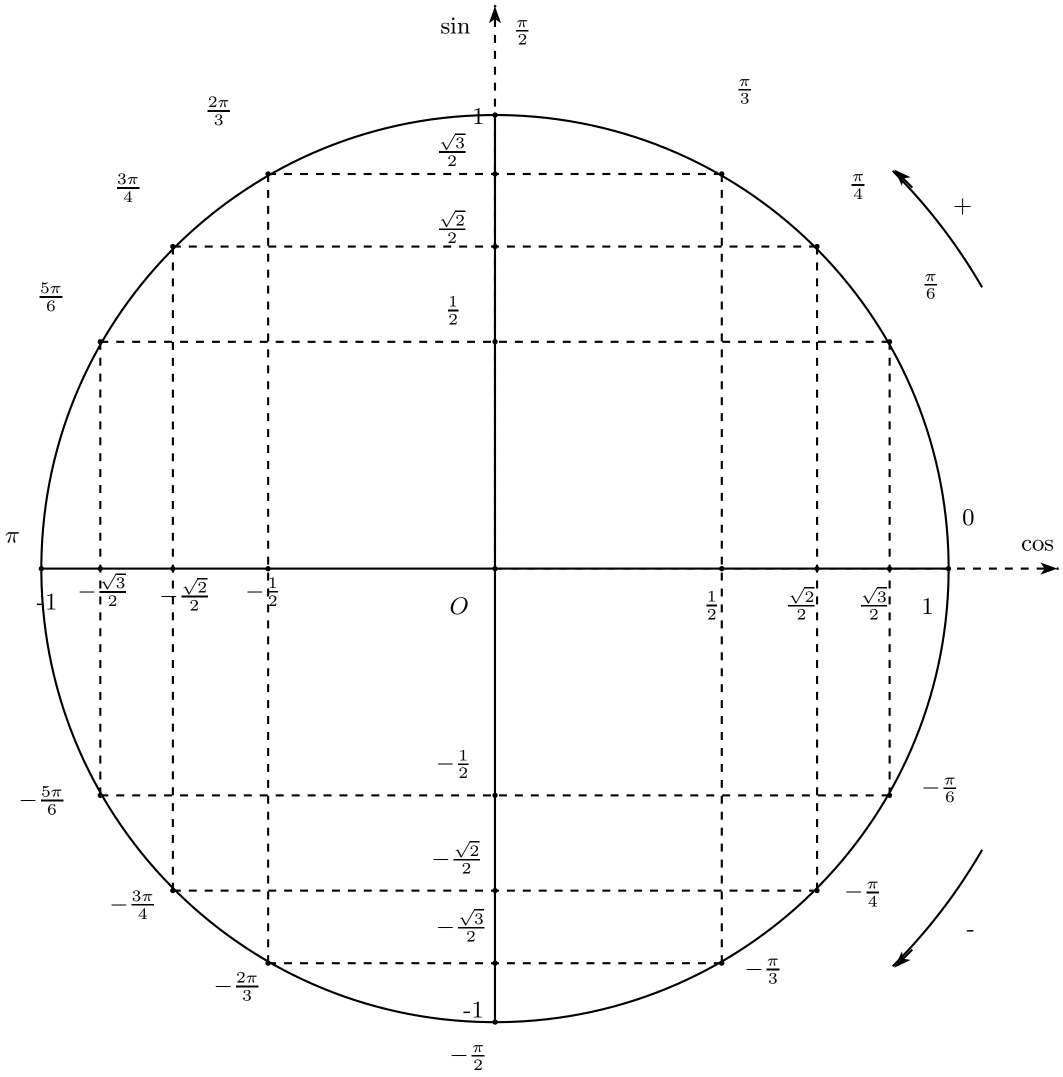
À un angle $\widehat{A}$ on associe le point $M$ du cercle trigonométrique correspondant à n'importe laquelle de ses mesures. Le *cosinus* de l'angle $\widehat{A}$, noté $\cos(\widehat{A})$ est l'abscsisse de $M$, et le *sinus* de l'angle $\widehat{A}$, noté $\cos(\widehat{A})$ est l'ordonnée de $M$.

**Exemple.** Démontrer que $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\frac{\pi}{4}$ ..............................................
.....................................................................................................
.....................................................................................................
.....................................................................................................

Démontrer que $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$. ............................................
.....................................................................................................
.....................................................................................................
.....................................................................................................

**Propriété.** Valeurs des cosinus et sinus des angles remarquables.

| $x$ *deg.* | 0 | | 45 | 60 | 90 | 120 | 135 | 150 | 180 | 210 | 225 | 240 | 270 | 300 | 330 | 360 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ *rad.* | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | $2\pi$ |
| $\cos x$ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\sin x$ | | | | | | | | | | | | | | | | |



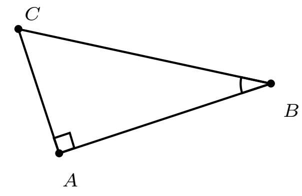
## 3. Dans un triangle rectangle ...

Dans un triangle $ABC$ rectangle en A,

$\star$ $\cos(\widehat{B}) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}}$

$\star$ $\sin(\widehat{B}) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}}$

$\star$ $\tan(\widehat{B}) = \dfrac{\sin(\widehat{B})}{\cos(\widehat{B})} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$




**Exemple.** Soit $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AB = 4$ cm et $BC = 8$ cm. Déterminer les angle $A$, $B$ et $C$.

**Exemple**. Un triangle rectangle en $A$ vérifie $BC = 4$ cm et $\widehat{C} = \frac{\pi}{4}$ radians. En déduire les longueurs $AC$ et $AB$.

## 4. Exemple d'équation trigonométrique.

Résoudre $\cos(x) = \dfrac{1}{2}$.