

DEVOIR MAISON 6 : POUR LE -07-05-11-  
Seconde 7, 2010-2011, Y. Angeli

Lors d'un feu d'artifice, une fusée doit être lancée du sol avec la vitesse initiale  $v > 0$  (en mètres par secondes).

Les artificiers sont cachés des spectateurs par un mur de 2 m de hauteur, placé à 1m du lanceur de la fusée.

Les spectateurs sont placés à 60 m du lanceur, derrière une barrière de sécurité.

Au dos, on a représenté la trajectoire d'une fusée qui n'explose pas dans un repère orthonormé d'unité 1m, dont l'origine est le lanceur de la fusée.

En physique, on peut montrer que la hauteur  $h(x)$  d'une fusée de vitesse initiale  $v$  en fonction de son abscisse  $x$  (distance horizontale par rapport au lanceur) est donnée par

$$h(x) = -\frac{50}{v^2} x^2 + 4x$$

### PARTIE A : ÉTUDE GRAPHIQUE D'UN EXEMPLE

Les reponses des questions suivantes sont déterminées graphiquement. On fera apparaître, au besoin, les traits ayant servi à déterminer les réponses sur la figure.

1. La trajectoire de la fusée possède-t-elle un axe de symétrie? Quelle est son équation?
2. Déterminer l'altitude de la fusée lorsque sa distance horizontale au lanceur est  $x = 1$  m. Passe-t-elle au dessus du mur qui masque les artificiers?
3. Si la fusée n'explose pas, à quelle distance du lanceur retombe-t-elle sur le sol?
4. Dresser le tableau de variation de la hauteur  $h$  en fonction de  $x$ .
5. Pour des questions de sécurité, on choisit de faire exploser la fusée lorsque son altitude est d'au moins 32 m. Pour quelles valeurs de  $x$  peut-on faire exploser la fusée?

### PARTIE B : VITESSE INITIALE

On cherche à déterminer les valeurs de la vitesse initiale  $v$  pour lesquelles la fusée retombe avant la barrière de sécurité.

1. Démontrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \frac{1}{v^2} \times x \times (-50x + 4v^2)$ .
2. Donner une expression en fonction de  $v$  de la distance  $x$  entre la fusée et le lanceur lorsque celle-ci retombe sans exploser.
3. Pour quelles valeurs de  $v$  la fusée retombe-t-elle avant la barrière de sécurité?
4. Déduire de la question A.2 :  $0 = -\frac{50}{v^2} \times 50^2 + 4 \times 50$ . Déterminer alors la vitesse initiale  $v$  la fusée.
5. On admet que la fusée a une vitesse horizontale constante de  $12 \text{ m.s}^{-1}$ . Au bout de combien de temps faut-il déclencher l'explosion pour qu'elle explose à son altitude maximale?

## PARTIE C : DÉMONSTRATION DES RÉSULTATS DE LA PARTIE A

On suppose dans cette partie que pour tout  $x \in [0, 50]$ ,  $h(x) = -0,08x^2 + 4x$ .

1. Montrer que pour tout  $x \in [0, 50]$ ,  $h(x) = -0,08(x - 25)^2 + 50$
2. Démontrer les résultats du tableau de variation de la question A.4.
3. Montrer que pour tout  $x \in [0, 50]$ ,  $h(x) - 32 = -0,08(x - 10)(x - 40)$ .
4. Prouver le résultat de la question A.5.

