CONTRÔLE 2 : ANGLES ORIENTÉS -14-10-10-
Première S1, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1.

Soit $(O;I;J)$ un repère orthonormé direct d'unité 2cm. Soit A de coordonnées cartésiennes $(-2;-2)$ et B de coordonnées polaires $\left[2;\dfrac{3\pi}{4}\right]$ et C de coordonnées polaires $[1;\alpha]$ où $\cos\alpha = \dfrac{1}{4}$ et $\alpha \in [\pi; 2\pi[$.

1. Faire une figure.
2. Calculer $\sin\alpha$. Quelles sont les coordonnées cartésiennes de C ?
3. Déterminer les coordonnées polaires de A.
4. Donner une condition nécessaire et suffisante sur ρ et θ pour que $M[\rho,\theta]$ appartienne à la demi-droite $]O,A)$.
5. Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.
6. En déduire les coordonnées du centre du cercle circonscrit à OAB.
7. Déterminer les coordonnées cartésiennes de B.
8. Hachurer la surface constituée des points M de coordonnées polaires $[\rho,\theta]$ où $\rho \in [1;\sqrt{2}]$ tels que $\theta \in \left]\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right[$. Déterminer l'aire de cette surface.

EXERCICE 2.

1. Construire un carré $ABCD$ de côté 4cm tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \dfrac{\pi}{2} \mod 2\pi$, puis les triangles équilatéraux ABE et ADF tels que :
$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}) = \frac{\pi}{3} \mod 2\pi \text{ et } (\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AF}) = \frac{\pi}{3} \mod 2\pi$$
2. Donner la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB})$.
3. Quelle est la nature du triangle FAE ? En déduire une mesure de $(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EA})$.
4. Quelle est la nature du triangle CBE ? En déduire une mesure de $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC})$.
5. Démontrer que E, F et C sont alignés.

EXERCICE 3.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\sin X = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Donner l'ensemble des solutions de $\sin X \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0;2\pi[$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$