CONTRÔLE 10 : SUITES -25-03-11-
Première S1, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1.

Soit (u_n) la suite géométrique de raison $\frac{1}{100}$ et de terme initial $u_0 = \frac{27}{100}$.
On note $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

1. Calculer sous forme décimale u_1 et u_2. En déduire s_0, s_1, et s_2.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer s_n en fonction de n.
3. Montrer que la suite (s_n) converge vers une limite que l'on précisera.
4. En déduire une expression sous forme du quotient de deux entiers du nombre $0,27272727...$ (la période 27 se répète à l'infini).
5. Imiter cette démarche et réécrire $0,567567567...$ sous forme d'une fraction.

EXERCICE 2.

Soit (u_n) la suite de terme général $u_n = 1 + n - 2n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Démontrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.
2. Déterminer la limite de la suite (u_n).
3. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 + n\cos(n) - 2n^2$.

EXERCICE 3.

La suite (u_n) est définie par $u_0 = \frac{1}{4}$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = \frac{1}{u_n} - \frac{1}{2}$.
On admet que les termes u_n et v_n sont définis pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Conjecturer graphiquement la limite de (u_n). (annexe à rendre avec la copie au dos)
2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{3}$ et de premier terme $\frac{7}{2}$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
4. Démontrer la conjecture formulée à la question 1.

EXERCICE 4.

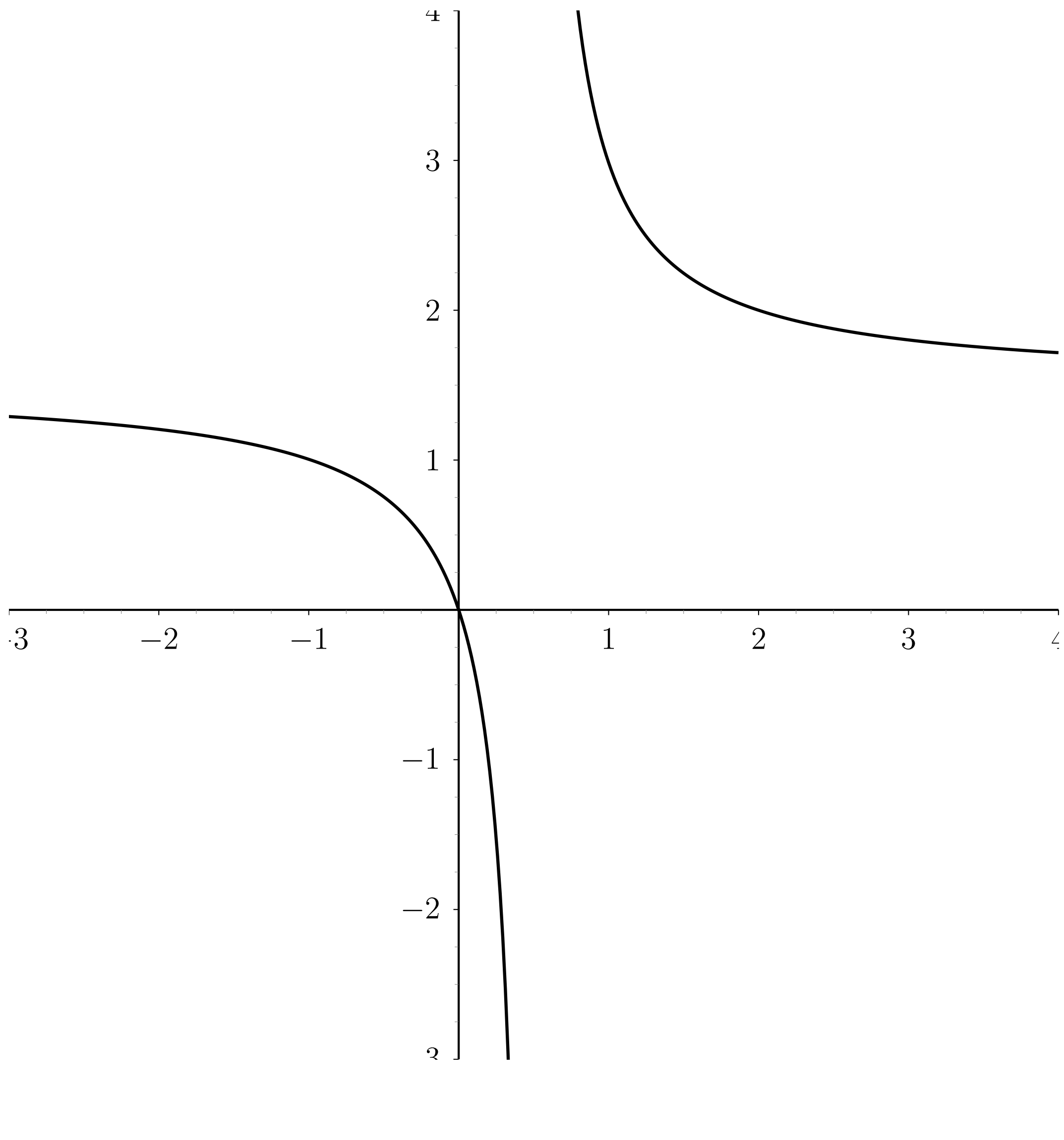
Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 0$ et de raison 2. Soient (s_n), (v_n) et (p_n) les suites de termes généraux $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$, $v_n = \frac{1}{2^{u_n}}$ et $p_n = v_0 \times v_1 \times ... \times v_n$.

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, donner une expression de u_n puis de s_n en fonction de n.
2. Déterminer la limite de la suite (s_n).
3. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
4. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p_n = \frac{1}{2^{s_n}}$.
5. Déduire de ce qui précède la limite de la suite (p_n).

NOM ....

QUESTION 3.1

La courbe ci-dessous représente la fonction $f : \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{3x}{2x-1}$



$$\boxed{\text{Conjecture : } \lim_{n\to+\infty} u_n =\quad}$$