

CONTRÔLE 1 : VALEUR ABSOLUE ET FONCTIONS -24-09-10-  
Première S1, 2010-2011, Y. Angeli

EXERCICE 1. ÉTUDE DE FONCTION

Soit  $f : ]1; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{x}{1-x}$ .

1. Démontrer que pour tout  $x \in ]1; +\infty[$ ,  $f(x) = -1 + \frac{1}{1-x}$
2. Démontrer que  $f$  est strictement croissante sur  $]1; +\infty[$ .
3. Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions strictement croissantes sur un intervalle  $I$ . Démontrer que  $w = u + v$  est strictement croissante sur  $I$ .
4. Soit  $g : ]1; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^2 + \frac{x}{1-x}$ . Démontrer que  $g$  est strictement croissante sur  $]1; +\infty[$ .
5. Conjecturer le nombre de solutions de l'équation  $g(x) = 0$ , puis donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de chaque solution de  $g(x) = 0$ .

EXERCICE 2. ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :

1.  $|x + 7| = 2$
2.  $|3x + 2| > 1$
3.  $|x - \pi| < 0$
4.  $|x - 5||x + 5| = 24$
5.  $|3 - x| \leq |x + 2|$

EXERCICE 3. VRAI-FAUX

Dire de chacune des affirmations suivantes si elle est vraie ou fausse. Justifier les affirmations vraies par une démonstration, et donner un contre-exemple aux affirmations fausses.

1. Pour tout réel  $y$ ,  $|-1 - y| = 1 + y$ .
2. Pour tous réels  $x$  et  $y$ ,  $||x| - |y|| = |x - y|$
3. Pour tous réels  $a, b$  et  $c$ ,  $d(a, c) \leq d(a, b) + d(b, c)$