
DEVOIR 6 -07.06.10-
SUITES
Premières ES-Spécialité - Lycée Newton - Y. Angeli

EXERCICE 1. (BAC ES RÉUNION, JUIN 2006)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_1 &= 12 \text{ et} \\ u_{n+1} &= \frac{1}{3}u_n + 5 \quad \text{pour tout entier naturel } n \geq 1 \end{cases}$$

1. Représenter les droites d'équations $y = x$ et $y = \frac{1}{3}x + 5$ et les utiliser pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?
2. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel $n \geq 1$, par : $v_n = u_n - \frac{15}{2}$.
 - (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.
 - (b) Exprimer alors v_n en fonction de n .
3. Est-il possible de déterminer n de sorte que :
 - (a) $u_n - \frac{15}{2} \leq 10^{-6}$?
 - (b) $u_n - \frac{15}{2} \geq 10^6$?
4. Exprimer $s_n = v_1 + \dots + v_n$ puis $S_n = u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n .

EXERCICE 2.

On considère la suite définie pour tout entier $n \geq 0$ par $u_n = -2n^2 + 39n + 20$

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
2. Calculer la dérivée f' de la fonction f définie sur \mathbb{R} par
$$f(x) = -2x^2 + 39x + 20$$
3. Étudier le signe de f' et en déduire le tableau de variations de f .
4. Pour quel entier k peut on affirmer que la suite (u_n) est croissante sur l'ensemble des entiers positifs inférieurs ou égaux à k , et décroissante sur l'ensemble des entiers supérieurs ou égaux à k ? Justifier votre réponse.
5. Pour quel(s) entier(s) positif(s) n a-t-on $u_n = 0$? Justifier.
6. À partir de quel entier n a-t-on $u_n < 0$? Justifier.