

---

DEVOIR 3 -25.01.10-  
OPÉRATIONS SUR LES MATRICES  
Premières ES-Spécialité - Lycée Newton - Y. Angeli

---

*On fera attention à ce que l'on démontre à chaque question, afin de pouvoir réinvestir les résultats aux questions suivantes.*

EXERCICE 1.

On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

1. Calculer la matrice  $C = \frac{1}{2}A - 3B$ .
2. Soit  $D$  une matrice à  $p$  lignes et  $q$  colonnes. À quelle condition sur  $p$  et  $q$  peut-on calculer le produit  $CD$  ?
3. Soit  $X$  une matrice colonne à deux lignes. Que vaut  $\frac{1}{2}AX - 3BX$  ?

EXERCICE 2.

Soient les matrices  $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  et  $F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

1. Pour  $x \in \mathbb{R}$ , écrire la matrice  $M = xE + F$ .
2. Calculer  $M^2$ .
3. Pour quels  $x$  a-t-on  $M^2 = I_2$ .
4. Que vaut  $F^{2010}$  ?

EXERCICE 3.

Soit la matrice  $G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer  $G^2$ ,  $G^3$ . Que vaut  $G^{2010}$  ?
2. Soit  $H = G - G^t$ . Expliciter  $H$ .
3. Exprimer  $H^t$  en fonction de  $H$ .