Feuille d'activité I - 04.09.08 -
Introduction aux systèmes linéaires d'ordres 2 ou 3.
Première ES 1, Lycée Newton, Y. Angeli

Rappel : Équations de droites

Dans un repère, toute droite d admet des *équations cartésiennes* :

$$(d) : ux + vy + w = 0$$

avec u,v,w des coefficients réels tels que $(u,v) \neq (0,0)$.
• Si la droite d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées ($v \neq 0$), elle admet une unique *équation réduite* :

$$(d) : y = mx + p$$

où m est appelé *coefficient directeur de la droite* .
• Si la droite d est parallèle à l'axe des ordonnées ($v = 0$), elle admet une unique équation du type

$$(d) : x = c$$

avec c réel.
Deux droites $(d) : y)mx + p$ et $(d') : y = m'x + p'$ sont parallèles si et seulement si $m = m'$.

1.Équations cartésiennes

Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites suivantes :

$$(a) : y = 3x - 2 \qquad (b) : x = -7 \qquad (c) : y = x + \pi$$
$$(d) : x = 4 \quad (e) : y = 2x + 1 \quad (f) : y = \frac{3}{4}x$$

2. Équations cartésiennes d'après un graphe

Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites suivantes :

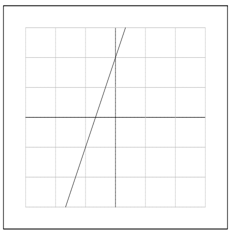

Fig. 1 –

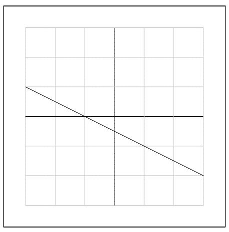

Fig. 2 –

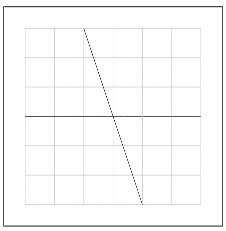

Fig. 3 – -

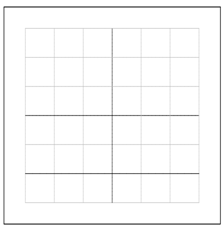

Fig. 4 – -

3. Condition équivalente au parallèlisme

On considère deux droites d et d' d'équations :

$$(d) : \quad ux + vy + w = 0$$
$$(d') : \quad u'x + v'y + w' = 0$$

a. Si v et v' sont non nuls, donner l'équation réduite de d et celle de d'. En déduire que d et d' sont parallèles si et seulement si $uv' - v'u \neq 0$.
b. Si v ou v' est nul montrer que d et d' sont parallèles si et seulement si $uv' - v'u \neq 0$.
c. Déduire de ce qui précède que d et d' sont parallèles si et seulement si $uv' - v'u \neq 0$.
d. Application ; parmi les droites suivantes, lesquelles sont parallèles ?

$$(a) : 3x + 5y - 3 = 0 \quad (b) : x - 2y + 1 = 0$$
$$(d) : 4{,}5x + 7{,}5y = 0 \quad (e) : \tfrac{7}{2}x - 7y - 3 = 0$$

4. Premières résolutions

On considère les couples de droites suivants :

$a.\quad (d) : 3x + 2y - 4 = 0 \quad (d') : 3x - 2y - 2 = 0$

$b.\quad (d) : x - 4y + 4 = 0 \quad (d') : -\dfrac{x}{2} + 2y - 2 = 0$

$c.\quad (d) : -2x - y = 4 \quad (d')5x + 2{,}5y = 10$

(i) Pour chacun des couples, tracer les deux droites dans un repère.
(ii) Pour chacun des couples, à partir du graphe, conjecturer le nombre de points dans l'intersection des deux droites.
(iii) Pour chacun des couples, en utilisant le critère de la question 4.c, démontrer les conjectures.
(iv) Dans le cas (a), conjecturer les coordonnées du points d'intersection des deux droite.
v Dans le système

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

éliminer l'inconnue y en combinant les deux équations. En déduire x puis y. Pourquoi le couple (x,y) obtenu est la seule solution ?
(vi) Donner, dans le cas (a), les coordonnées du point d'intersection des deux droites.