Contrôle commun de mathématiques
Premières ES - 15.01.09-

Durée : 2 heures. Calculatrice autorisée. Documents interdits.

Exercice 1. (4 points)

1. Dresser le tableau de signe du trinôme $x^2 + 2x - 3$.
2. Dresser le tableau de signe du trinôme $-2x^2 + 8x - 8$.
3. Résoudre l'inéquation $(x^2 + 2x - 3)(-2x^2 + 8x - 8) \leq 0$.

Exercice 2. (5 points)

En janvier 2007, Jérôme achète des actions de trois sociétés : Xala (50 euros), Yvar (40 euros), et Zircon (100 euros). Au total, Jérôme achète 20 actions. Son portefeuille vaut alors 1500 euros.

En janvier 2008, par rapport à janvier 2007, l'action Xala perd 20% de sa valeur, l'action Yvar perd la moitié de sa valeur et l'action Zircon chute de 40%. Le portefeuille de Jérôme ne vaut plus que 920 euros.

1. On note x, y et z le nombre respectif d'actions Xala, Yvar et Zircon dans le portefeuille de Jérôme. Montrer que x,y et z satisfont le système :

$$(S) : \left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 20 \\ 5x & + & 4y & + & 10z & = & 150 \\ 4x & + & 2y & + & 6z & = & 92 \end{array} \right.$$

2. Résoudre (S) et préciser la composition du portefeuille (le nombre d'action de chaque type).

Exercice 3. (11 points)

Une commune désire aménager un nouvel espace vert. Une société de vente lui propose des lots X comprenant dix rosiers, un magnolia et un camélia pour un montant de 200 euros, ou des lots Y comprenant cinq rosiers, un magnolia et trois camélias pour un montant de 300 euros. Les besoins sont d'au moins 100 rosiers, 16 magnolias et 30 camélias.

On désigne par x le nombre de lots X et y le nombre de lots Y achetés.

1. Expliquer pourquoi (x, y) satisfait à (S) : $\begin{cases} 2x + \ y & \geq 20 \\ x + \ y & \geq 16 \\ x + 3y & \geq 30 \end{cases}$

2. On considère les droites $\mathcal{R}$,$\mathcal{M}$, $\mathcal{C}$ d'équations
$$\mathcal{R} : 2x + y = 20, \quad \mathcal{M} : x + y = 16, \quad \mathcal{C} : x + 3y = 30.$$
   (a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de $\mathcal{R}$ et $\mathcal{M}$.
   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection B de $\mathcal{M}$ et $\mathcal{C}$.
   (c) Tracer les droites $\mathcal{R}$, $\mathcal{M}$ et $\mathcal{C}$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1cm. *(utiliser le papier millimétré)*
   (d) En justifiant, représenter graphiquement l'ensemble $\mathcal{D}$ des points $M(x, y)$ dont les coordonnées satisfont le système (S). (Hachurer le domaine qui **ne** convient **pas**).

3. La commune peut-elle satisfaire ses besoins par l'achat de 2 lots X et 15 lots Y ? Par l'achat de 3 lots X et 14 lots Y ? Justifier les réponses par un calcul.

4. On note d la dépense totale en euros pour l'achat de x lots X et y lots Y.
   (a) Exprimer la dépense d en fonction de x et y. En déduire que le point de coordonnées (x, y) est sur la droite Δ_d d'équation
$$\Delta_d : y = -\frac{2}{3}x + \frac{d}{300}.$$
   (b) Tracer Δ_{3000} correspondant à une dépense $d = 3000$ euros. La commune peut-elle satisfaire ses besoins à ce prix ? (Justifier).
   (c) Tracer Δ_{4200}. Graphiquement, déterminer les couples (x, y) qui permettent de satisfaire les besoins pour une dépense $d = 4200$ euros.

5. Expliquer comment obtenir à l'aide du graphique le couple (x, y) qui permet de satisfaire les besoins au coût le plus faible. Quel est ce couple ? Calculer la dépense minimale.